

*Лепреконы*  
*19 апреля 2014 г.*  
**Разнойой 2**

1. Три двузначных числа таковы, что сумма любых двух из них равна числу, отличающемуся от третьего лишь порядком цифр. Какой может быть сумма этих трёх чисел?
2. Найти все тройки простых чисел  $x, y, z$  такие, что

$$19x - yz = 1995.$$

3. В клетках квадратной таблицы  $10 \times 10$  расставлены 0 и 1, причём известно, что из любых четырёх строчек таблицы какие-то две совпадают. Докажите, что в таблице есть два одинаковых столбца.

4. В войске герцога Икторна 1000 гоблинов. Любые два гоблина либо дружат, либо враждуют, либо незнакомы. Гоблины — существа малообщительные, разговаривают только с друзьями. К тому же все они в плохом настроении, поскольку у каждого гоблина любые два его друга враждуют, а любые два врага дружат. Докажите, что для того, чтоб всё войско узнало о предстоящем наступлении Данвин, герцог должен сообщить об этом не менее чем 200 гоблинам.

5. Есть сто монет достоинством 1, 2, 3, ..., 100 пиастров. Среди них не более 20 фальшивых, то есть таких, что их вес в граммах не равен их достоинству. Как при помощи чашечных весов без гирь определить, фальшива ли монета достоинством в 10 пиастров?

6. Клетчатый прямоугольник разрезали на прямоугольники  $1 \times 2$  (доминошки) так, что любая прямая, идущая по линиям сетки, пересекает кратное четырём число доминошек. Докажите, что длина одной из сторон делится на 4.

7. Могут ли расстояния от некоторой точки на плоскости до вершин некоторого квадрата быть равными 1, 4, 7 и 8?

8. На экране калькулятора набрано число 1. Раз в секунду калькулятор производит следующее действие: если число на экране делится на  $2^k$ , то калькулятор прибавляет к нему любое число от 1 до  $(k + 1)$ . Докажите, что любая степень двойки когда-нибудь обязательно появится на экране.

*Лепреконы*  
*19 апреля 2014 г.*  
**Разнойой 2**

1. Три двузначных числа таковы, что сумма любых двух из них равна числу, отличающемуся от третьего лишь порядком цифр. Какой может быть сумма этих трёх чисел?
2. Найти все тройки простых чисел  $x, y, z$  такие, что

$$19x - yz = 1995.$$

3. В клетках квадратной таблицы  $10 \times 10$  расставлены 0 и 1, причём известно, что из любых четырёх строчек таблицы какие-то две совпадают. Докажите, что в таблице есть два одинаковых столбца.

4. В войске герцога Икторна 1000 гоблинов. Любые два гоблина либо дружат, либо враждуют, либо незнакомы. Гоблины — существа малообщительные, разговаривают только с друзьями. К тому же все они в плохом настроении, поскольку у каждого гоблина любые два его друга враждуют, а любые два врага дружат. Докажите, что для того, чтоб всё войско узнало о предстоящем наступлении Данвин, герцог должен сообщить об этом не менее чем 200 гоблинам.

5. Есть сто монет достоинством 1, 2, 3, ..., 100 пиастров. Среди них не более 20 фальшивых, то есть таких, что их вес в граммах не равен их достоинству. Как при помощи чашечных весов без гирь определить, фальшива ли монета достоинством в 10 пиастров?

6. Клетчатый прямоугольник разрезали на прямоугольники  $1 \times 2$  (доминошки) так, что любая прямая, идущая по линиям сетки, пересекает кратное четырём число доминошек. Докажите, что длина одной из сторон делится на 4.

7. Могут ли расстояния от некоторой точки на плоскости до вершин некоторого квадрата быть равными 1, 4, 7 и 8?

8. На экране калькулятора набрано число 1. Раз в секунду калькулятор производит следующее действие: если число на экране делится на  $2^k$ , то калькулятор прибавляет к нему любое число от 1 до  $(k + 1)$ . Докажите, что любая степень двойки когда-нибудь обязательно появится на экране.