

## Делимости чиселок и циферок

1. Найдите такое трёхзначное число, не делящееся на 102, что если его записать повторить 2010 раз, то полученное многозначное число будет делиться на 102.
  2. В строку выписано 5 последовательных натуральных чисел. Возможно ли, что сумма цифр первого числа равна 52, а пятого — 20?
  3. Федя перемножил все натуральные числа от 1 до 2011, вычел 1 из произведения и результат записал на длинной полоске бумаги. Какое наименьшее количество цифр в этом числе надо заменить нулями, что оно стало делиться на 13?
  4. Докажите, что в любом шестидесятизначном числе, десятичная запись которого не содержит нулей, можно зачеркнуть несколько цифр так, что получившееся в результате число будет делиться на 1001.
  5. Сумма двух наибольших собственных делителей  $n$  равна 515. Найдите все такие  $n$ . (*Собственным делителем* числа называется любой его натуральный делитель, кроме 1 и самого числа.)
  6. Наибольший собственный делитель натурального числа  $n$  равен  $d$ . Может ли наибольший собственный делитель  $n + 2$  равняться  $d + 2$ ?
  7. Натуральное число, большее единицы, заменяют на сумму его минимального простого делителя и максимального простого делителя (например, из числа 15 получится  $3 + 5 = 8$ , из числа 17 получится число  $17 + 17 = 34$ , а из числа 25 получится число  $5 + 5 = 10$ ). Докажите, что после нескольких таких операций получится квадрат натурального числа.
  8. На доске написано 11 двоек. Разрешается стереть любые два числа и записать на доску их сумму или их произведение. Может ли после нескольких таких операций на доске остаться число 774?
  9. Шестизначное число называется *неразложимым*, если оно не раскладывается в произведение трёхзначного и четырёхзначного чисел. Какое наибольшее число неразложимых шестизначных чисел может идти подряд?
- 

## Делимости чиселок и циферок

1. Найдите такое трёхзначное число, не делящееся на 102, что если его записать повторить 2010 раз, то полученное многозначное число будет делиться на 102.
2. В строку выписано 5 последовательных натуральных чисел. Возможно ли, что сумма цифр первого числа равна 52, а пятого — 20?
3. Федя перемножил все натуральные числа от 1 до 2011, вычел 1 из произведения и результат записал на длинной полоске бумаги. Какое наименьшее количество цифр в этом числе надо заменить нулями, что оно стало делиться на 13?
4. Докажите, что в любом шестидесятизначном числе, десятичная запись которого не содержит нулей, можно зачеркнуть несколько цифр так, что получившееся в результате число будет делиться на 1001.
5. Сумма двух наибольших собственных делителей  $n$  равна 515. Найдите все такие  $n$ . (*Собственным делителем* числа называется любой его натуральный делитель, кроме 1 и самого числа.)
6. Наибольший собственный делитель натурального числа  $n$  равен  $d$ . Может ли наибольший собственный делитель  $n + 2$  равняться  $d + 2$ ?
7. Натуральное число, большее единицы, заменяют на сумму его минимального простого делителя и максимального простого делителя (например, из числа 15 получится  $3 + 5 = 8$ , из числа 17 получится число  $17 + 17 = 34$ , а из числа 25 получится число  $5 + 5 = 10$ ). Докажите, что после нескольких таких операций получится квадрат натурального числа.
8. На доске написано 11 двоек. Разрешается стереть любые два числа и записать на доску их сумму или их произведение. Может ли после нескольких таких операций на доске остаться число 774?
9. Шестизначное число называется *неразложимым*, если оно не раскладывается в произведение трёхзначного и четырёхзначного чисел. Какое наибольшее число неразложимых шестизначных чисел может идти подряд?