Лепреконы
14 декабря 2013 г.

Геометрия 2

1. Диагонали четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E. Известно, что $|AB| = |CE|$, $|BE| = |AD|$, $\angle AED = \angle BAD$. Докажите, что $|BC| > |AD|$.

2. Докажите, что в прямоугольном треугольнике ABC с углами $\angle A = 30°$, $\angle C = 90°$ катет BC вдвое меньше, чем гипотенуза AB.

3. Длины сторон треугольника ABC — последовательные целые числа, а медиана, проведённая из вершины A, перпендикулярна биссектрисе угла B. Найдите длины сторон треугольника ABC.

4. Серединные перпендикуляры к сторонам AB и CD четырёхугольника $ABCD$ пересекаются на стороне AD. Докажите, что если $\angle A = \angle D$, то диагонали четырёхугольника $ABCD$ равны.

5. а) На соседних сторонах квадрата $ABCD$ во внешнюю сторону построены правильные треугольники LCB и KCD. Доказать, что треугольник KLA правильный. б) На диагонали AC построили ещё один правильный треугольник ACM, внутри которого лежит точка D. Докажите, что MK равно стороне квадрата.

6. В M-образной ломаной $ABCDE$ $AB = BC = CD = DE$, $\angle ABC = \angle CDE$, точка M — середина BD. Докажите, что $MA = ME$.

7. Дан треугольник ABC такой, что $\angle C = 60°$. Пусть AA_1 и BB_1 — высоты и C_1 — середина стороны AB этого треугольника. Докажите, что треугольник $A_1B_1C_1$ — правильный.

8. Найдите сумму углов при вершинах пятиконечной звезды.

9. Дан прямоугольник $ABCD$ такой, что $AB = 1$ и $BC = 3$. На стороне BC отмечены точки E и F такие, что $BE = EF = FC = 1$. Найдите $\angle EAD + \angle FAD + \angle CAD$.

10. (Четвёртый признак «равенства» треугольников) Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ таковы, что $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ и $\angle A = \angle A_1$. Докажите, что они либо равны, либо $\angle C + \angle C_1 = 180°$.

Лепреконы
14 декабря 2013 г.

Геометрия 2

1. Диагонали четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E. Известно, что $|AB| = |CE|$, $|BE| = |AD|$, $\angle AED = \angle BAD$. Докажите, что $|BC| > |AD|$.

2. Докажите, что в прямоугольном треугольнике ABC с углами $\angle A = 30°$, $\angle C = 90°$ катет BC вдвое меньше, чем гипотенуза AB.

3. Длины сторон треугольника ABC — последовательные целые числа, а медиана, проведённая из вершины A, перпендикулярна биссектрисе угла B. Найдите длины сторон треугольника ABC.

4. Серединные перпендикуляры к сторонам AB и CD четырёхугольника $ABCD$ пересекаются на стороне AD. Докажите, что если $\angle A = \angle D$, то диагонали четырёхугольника $ABCD$ равны.

5. а) На соседних сторонах квадрата $ABCD$ во внешнюю сторону построены правильные треугольники LCB и KCD. Доказать, что треугольник KLA правильный. б) На диагонали AC построили ещё один правильный треугольник ACM, внутри которого лежит точка D. Докажите, что MK равно стороне квадрата.

6. В M-образной ломаной $ABCDE$ $AB = BC = CD = DE$, $\angle ABC = \angle CDE$, точка M — середина BD. Докажите, что $MA = ME$.

7. Дан треугольник ABC такой, что $\angle C = 60°$. Пусть AA_1 и BB_1 — высоты и C_1 — середина стороны AB этого треугольника. Докажите, что треугольник $A_1B_1C_1$ — правильный.

8. Найдите сумму углов при вершинах пятиконечной звезды.

9. Дан прямоугольник $ABCD$ такой, что $AB = 1$ и $BC = 3$. На стороне BC отмечены точки E и F такие, что $BE = EF = FC = 1$. Найдите $\angle EAD + \angle FAD + \angle CAD$.

10. (Четвёртый признак «равенства» треугольников) Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ таковы, что $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ и $\angle A = \angle A_1$. Докажите, что они либо равны, либо $\angle C + \angle C_1 = 180°$.