## Лепреконы 23 ноября 2013 г.

## Опять графы

- **1.** Можно ли все ребра и диагонали правильного 55-угольника раскрасить в 54 цвета так, чтобы ребра, выходящие из одной вершины, были разного цвета?
- **2.** В государстве 2006 городов. Из столицы выходит 239 дорог, из города Тьмутараканьска одна дорога, а из всех остальных городов по 20 дорог. Докажите, что из из столицы можно проехать в Тьмутараканьск.
- **3.** а) Докажите, что среди любых 6 человек найдутся либо трое попарно знакомых, либо трое попарно незнакомых. Докажите, что среди любых б) 10; в) 9 человек найдутся либо трое попарно знакомых, либо четверо попарно незнакомых.
- **4.** Назовем человека *малообщительным*, если у него менее 10 знакомых. Назовем человека *чудаком*, если все его знакомые малообщительны. Докажите, что малообщительных людей не меньше, чем чудаков.
- 5. Во дворе стоят несколько столбов, некоторые пары соединены проводами. Всего протянуто mn проводов, и эти провода раскрашены в n цветов, причём ни от какого столба не отходят провода одинакового цвета. Докажите, что можно перекрасить эти провода так, чтобы проводов всех цветов было поровну и по-прежнему ни от какого столба не отходили два провода одного цвета.
- **6.** Каждый из 450 депутатов Гос. Думы ударил ровно одного из своих коллег. Докажите, что можно выбрать 150 депутатов, среди которых никто никого не бил.
- 7. В компании из 20 человек среди любых трех есть двое незнакомых. Докажите, что в этой компании не более 100 пар знакомых.

## Лепреконы 23 ноября 2013 г.

## Опять графы

- **1.** Можно ли все ребра и диагонали правильного 55-угольника раскрасить в 54 цвета так, чтобы ребра, выходящие из одной вершины, были разного цвета?
- **2.** В государстве 2006 городов. Из столицы выходит 239 дорог, из города Тьмутараканьска одна дорога, а из всех остальных городов по 20 дорог. Докажите, что из из столицы можно проехать в Тьмутараканьск.
- **3.** а) Докажите, что среди любых 6 человек найдутся либо трое попарно знакомых, либо трое попарно незнакомых. Докажите, что среди любых 6) 10; в) 9 человек найдутся либо трое попарно знакомых, либо четверо попарно незнакомых.
- **4.** Назовем человека *малообщительным*, если у него менее 10 знакомых. Назовем человека *чудаком*, если все его знакомые малообщительны. Докажите, что малообщительных людей не меньше, чем чудаков.
- 5. Во дворе стоят несколько столбов, некоторые пары соединены проводами. Всего протянуто mn проводов, и эти провода раскрашены в n цветов, причём ни от какого столба не отходят провода одинакового цвета. Докажите, что можно перекрасить эти провода так, чтобы проводов всех цветов было поровну и по-прежнему ни от какого столба не отходили два провода одного цвета.
- **6.** Каждый из 450 депутатов Гос. Думы ударил ровно одного из своих коллег. Докажите, что можно выбрать 150 депутатов, среди которых никто никого не бил.
- **7.** В компании из 20 человек среди любых трех есть двое незнакомых. Докажите, что в этой компании не более 100 пар знакомых.