Лепреконы

9 ноября 2013 г.

Алгоритм Евклида и его применения

1. Найдите а) $(126, 1308)$; б) $(478717, 24139)$; в) НОД числа из 14 единиц и 21 единицы; г) числа из n единиц и m единиц; д) $(2^m - 1, 2^n - 1)$; е) $(2^{2^m} + 1, 2^{2^n} + 1)$.

2. а) Докажите, что простых чисел бесконечно много. б) Докажите, что простых чисел вида $4k+3$ бесконечно много. в) Докажите, что для любого натурального n существует n последовательных составных чисел.

3. Дано уравнение $7x + 5y = 3$. а) Найдите хотя бы одно решение этого уравнения. б) Найдите еще 3 решения. в) Выразите в общем виде все возможные решения. г) То же для уравнения $126x + 1308y = 6$. д) Найдите все целые решения уравнения $889x + 140y = 715$.

4. Даны взаимно простые числа a и b и простое число p. а) Известно, что $ab \,\vdots\, p$. Докажите, что $a \,\vdots\, p$ или $b \,\vdots\, p$. б) **(Основная теорема арифметики)** Докажите, что любое число имеет единственное с точностью до порядка разложение на множители.

5. В будущем решили, что имеющиеся денежные купюры неудобны. А поскольку у власти стояли далеко не только математики, то было решено ввести всего две купюры, достоинством 77 и 685 рублей. Докажите, что нам повезло и даже в таком случае мы сможем оплатить любую сумму, возможно, со сдачей.

Лепреконы

9 ноября 2013 г.

Алгоритм Евклида и его применения

1. Найдите а) $(126, 1308)$; б) $(478717, 24139)$; в) НОД числа из 14 единиц и 21 единицы; г) числа из n единиц и m единиц; д) $(2^m - 1, 2^n - 1)$; е) $(2^{2^m} + 1, 2^{2^n} + 1)$.

2. а) Докажите, что простых чисел бесконечно много. б) Докажите, что простых чисел вида $4k+3$ бесконечно много. в) Докажите, что для любого натурального n существует n последовательных составных чисел.

3. Дано уравнение $7x + 5y = 3$. а) Найдите хотя бы одно решение этого уравнения. б) Найдите еще 3 решения. в) Выразите в общем виде все возможные решения. г) То же для уравнения $126x + 1308y = 6$. д) Найдите все целые решения уравнения $889x + 140y = 715$.

4. Даны взаимно простые числа a и b и простое число p. а) Известно, что $ab \,\vdots\, p$. Докажите, что $a \,\vdots\, p$ или $b \,\vdots\, p$. б) **(Основная теорема арифметики)** Докажите, что любое число имеет единственное с точностью до порядка разложение на множители.

5. В будущем решили, что имеющиеся денежные купюры неудобны. А поскольку у власти стояли далеко не только математики, то было решено ввести всего две купюры, достоинством 77 и 685 рублей. Докажите, что нам повезло и даже в таком случае мы сможем оплатить любую сумму, возможно, со сдачей.