

## Графы

**1.** В лагере собралось 6 именинников и несколько неименинников. Каждый неименинник поздравил двоих именинников, при этом каждому имениннику досталось по три поздравления. Сколько неименинников?

**2.** Максим поспорил с Аленом на щелбан; он утверждал, что может построить систему из восьми городов и дорог между ними так, чтобы из этих городов выходило бы соответственно 7, 7, 7, 5, 3, 3, 2, 2 дороги (два города могут быть связаны не более чем одной дорогой). Объясните, почему так ехидно ухмыляется Ален.

**3.** Маша нарисовала 6 точек, некоторые из которых соединила отрезками. После этого она спрятала рисунок в чемодан, чемодан закрыла на ключ, а ключ проглотила. В ответ на это Настя заслала в её чемодан разведывательного таракана, который сообщил, что из пяти точек выходит соответственно 5, 5, 4, 3, 2 отрезка. Сколько отрезков выходит из шестой точки?

**4.** Семеро школьников, уезжая с турнира матбоёв, договорились, что каждый из них напишет письмо трём другим. Может ли каждый получить от того, кому послал?

**5.** Каждый 7классник, записавшийся на турнир по крестикам-ноликам, сыграл по три партии. Может ли быть сыграно в общей сложности 2012 партий? А 2013?

**6.** После кружка каждый ребёнок, отвечавший задачи Фёдору Алексеевичу, становится синим, а каждый, отвечавший Тамаре Романовне – зелёным. Между занятиями каждый синий ребёнок встречается за неделю с 5 синими и 10 зелёными детьми, а каждый зелёный – с 9 синими и 6 зелёными, после чего все приходят в своё нормальное состояние. Кому из преподавателей отвечает большее количество детей?

**7.** На чемпионат по теннису записались 20 человек. Некоторые участники уже сыграли между собой. Докажите, что найдутся двое участников, сыгравшие одинаковое количество матчей.

**8.** Все лепреконы мира договорились, что каждый, имеющий чётное число знакомых среди лепреконов, пошлёт им по письму, а все остальные пошлют по письму всем незнакомым. Филипп получил 99 писем. Докажите, что он получит ещё хотя бы одно письмо.

**9.** Пятнадцать школьников решали пятнадцать задач. Каждый решил две задачи, и каждую задачу решили двое. Докажите, что можно устроить разбор задач так, чтобы каждый рассказал решённую им задачу.

**10.** Максим опять поспорил с Аленом. На этот раз он говорит, что существует граф со 100 вершинами, степени которых равны 1, 1, 2, 2, ..., 50, 50. Покажите, что теперь щелбан получит Ален.