

Графы

1. В лагере собралось 6 именинников и несколько неименинников. Каждый неименинник поздравил двоих именинников, при этом каждому имениннику досталось по три поздравления. Сколько неименинников?

2. Максим поспорил с Аленом на щелбан; он утверждал, что может построить систему из восьми городов и дорог между ними так, чтобы из этих городов выходило бы соответственно 7, 7, 7, 5, 3, 3, 2, 2 дороги (два города могут быть связаны не более чем одной дорогой). Объясните, почему так ехидно ухмыляется Ален.

3. Маша нарисовала 6 точек, некоторые из которых соединила отрезками. После этого она спрятала рисунок в чемодан, чемодан закрыла на ключ, а ключ проглотила. В ответ на это Настя заслала в её чемодан разведывательного таракана, который сообщил, что из пяти точек выходит соответственно 5, 5, 4, 3, 2 отрезка. Сколько отрезков выходит из шестой точки?

4. Семеро школьников, уезжая с турнира матбоёв, договорились, что каждый из них напишет письмо трём другим. Может ли каждый получить от того, кому послал?

5. Каждый 7классник, записавшийся на турнир по крестикам-ноликам, сыграл по три партии. Может ли быть сыграно в общей сложности 2012 партий? А 2013?

6. После кружка каждый ребёнок, отвечавший задачи Фёдору Алексеевичу, становится синим, а каждый, отвечавший Тамаре Романовне – зелёным. Между занятиями каждый синий ребёнок встречается за неделю с 5 синими и 10 зелёными детьми, а каждый зелёный – с 9 синими и 6 зелёными, после чего все приходят в своё нормальное состояние. Кому из преподавателей отвечает большее количество детей?

7. На чемпионат по теннису записались 20 человек. Некоторые участники уже сыграли между собой. Докажите, что найдутся двое участников, сыгравшие одинаковое количество матчей.

8. Все лепреконы мира договорились, что каждый, имеющий чётное число знакомых среди лепреконов, пошлёт им по письму, а все остальные пошлют по письму всем незнакомым. Филипп получил 99 писем. Докажите, что он получит ещё хотя бы одно письмо.

9. Пятнадцать школьников решали пятнадцать задач. Каждый решил две задачи, и каждую задачу решили двое. Докажите, что можно устроить разбор задач так, чтобы каждый рассказал решённую им задачу.

10. Максим опять поспорил с Аленом. На этот раз он говорит, что существует граф со 100 вершинами, степени которых равны 1, 1, 2, 2, ..., 50, 50. Покажите, что теперь щелбан получит Ален.