

Комбинаторно-информационный разнобой.

1. Есть 9 внешне неразличимых шаров, из них 4 из золота, 5 — из меди. Эксперт знает, какие шары золотые. Но он может только лишь отвечать “да” или “нет” на ваши вопросы. За какое минимальное число вопросов можно узнать все золотые шары?

2. Археолог нашёл n золотых монет. Из старых текстов он выяснил, что одна из них всё-таки фальшивая и она легче подлинных. В распоряжении археолога есть только платные весы. Если одна чаша перевешивает другую, то археолог должен будет заплатить 1 фунт и 2 фунта в случае равновесия. При каком наибольшем n можно найти фальшивую монету, заплатив не более k фунтов?

3. У неаккуратного лаборанта перепутались пометки пробирок, и среди n его пробирок с препаратами есть одна с ядом. У лаборанта есть 4 подопытных крысы. Каждый день в 10:00 каждой крысе можно сделать инъекцию со смесью содержимого нескольких пробирок. Если среди них была пробирка с ядом, крыса погибнет ровно в 17:00, иначе крыса выживет. Для какого наибольшего n за 4 дня гарантированно можно выяснить, в какой пробирке яд.

4. Фокусник и ассистент показывают фокус. Ассистент даёт в распоряжение зрителя шахматную доску. Зритель может перекрасить некоторые клетки и называет ассистенту одну из клеток. После чего ассистент перекрашивает ещё одну клетку. Затем входит фокусник. Он видит только текущее состояние доски. И должен назвать клетку, которую загадал зритель. Придумайте алгоритм, позволяющий ассистенту и фокуснику осуществить задуманное.

5. Ассистент и фокусник хотят показать фокус. В комнате на n стульях, стоящих по кругу рассаживаются n человек. После чего сторонний наблюдатель выбирает одного из сидящих, и тот выходит из круга. Затем ассистент просит также выйти из круга одного из его соседей. После чего заходит фокусник. Он видит только сидящих людей, 2 пустых места и двоих людей, стоящих в стороне. Фокусник должен сказать, кто из них где сидел. При каких n можно осуществить этот фокус?

6. (письменная) Фокусник и ассистент хотят показать фокус. Есть колода из n карт. Ассистент предлагает зрителю вытянуть любые две карты. После чего добавляет к этой паре карт ещё одну. Затем из трёх получившихся карт зритель одну забирает. После чего появляется фокусник, который видит две оставшиеся карты. Его цель угадать карту, которая осталась у зрителя. При каких n этот фокус может получиться?

7. Фокусник с помощником собираются показать такой фокус. Зритель пишет на доске последовательность из N цифр. Помощник фокусника закрывает две соседних цифры чёрным кружком. Затем входит фокусник. Его задача — отгадать обе закрытые цифры (и порядок, в котором они расположены). При каком наименьшем N фокусник может договориться с помощником так, чтобы фокус гарантированно удался?

8. 100 мудрецов взяли в плен. Каждому из них на голову надевают колпак одного из 100 цветов. После чего они одновременно называют предполагаемый цвет своего колпака. Всех мудрецов отпустят, если угадает хотя бы 1. Как мудрецам заранее договориться, чтобы наверняка спастись?

9. 7 гномов взяли в плен. Тому, кто лишил друзей Белоснежки свободы, пришлось в голову организовать очень странную игру. Каждому гному надевают на голову колпак чёрного или белого цвета. Гномы видят цвета всех колпаков, кроме своего. Затем гномы одновременно пытаются угадать цвет своего колпака. Гномов отпустят, только если все разом отгадают. Очевидно, что наверняка спастись в этой ситуации у гномов не выйдет. Тем не менее, предложите, как им договориться изначально так, чтобы спастись с вероятностью $\frac{1}{8}$.