Кружок в Хамовниках. 9 класс

Серия 22. Немного комбинаторики.

172. У каждого из 25 толстяков есть сестра. Каждая из этих сестер вышла замуж за какого-то другого из толстяков. За год каждый толстяк потолстел на вдвое большее число килограммов, чем похудела его сестра и при этом на восемь килограммов больше, чем похудела его жена. На какое наибольшее число килограммов могла похудеть какая-то из сестер толстяков?

173. В таблице 2015×2015 расставляются числа 1 и -1 так, чтобы произведения чисел во всех строках и во всех столбцах были равны 1. Сколькими способами это можно сделать?

174. У вас есть 10 шаров, 5 из которых радиоактивные. У вас есть прибор, в который можно положить 3 шара и узнать, есть ли среди них радиоактивный. Сможете ли вы за 10 операций узнать про данный шар, радиоактивный ли он?

175. В квадрате 100×100 отметили вершины всех клеток. Разрешается проводить прямые, не проходящие через левую нижнюю вершину. Каким наименьшим количеством таких прямых можно покрыть все остальные вершины?

176. Двое по очереди отмечают вершины правильного 108-угольника. Тот, после чьего хода некоторые отмеченные точки станут образовывать правильный многоугольник, проигрывает. Кто выигрывает при правильной игре?

177. В n-мерном клетчатом пространстве в некоторых клетках стоят прожекторы. Каждый прожектор освещает клетки, каждая координата которых не меньше координат клеток прожектора. Известно, что все клетки, координаты которых положительны, освещены, а если убрать любой проектор, то это свойство нарушится. Докажите, что установлено лишь конечное число прожекторов.

178. 16 команд участвуют в футбольном первенстве. Оно проходит в несколько этапов. На каждом этапе какие-то 6 команд играют между собой однокруговой турнир. Могло ли оказаться, что после нескольких таких этапов все команды сыграют друг с другом по 2 раза?