

Серия 19. Предрегиональный разнобой по геометрии.

151. Пусть точки A, B, C лежат на окружности, а прямая b касается этой окружности в точке B . Из точки P , лежащей на прямой b , опущены перпендикуляры PA_1 и PC_1 на прямые AB и BC соответственно (точки A_1 и C_1 лежат на отрезках AB и BC). Докажите, что $A_1C_1 \perp AC$.

152. Окружности S_1 и S_2 пересекаются в точках A и B . Касательная к S_1 в точке B пересекает S_2 в точках B и P ; касательная к S_2 в точке B пересекает S_1 в точках B и Q . Прямая QA пересекает S_2 в точках A и R . Докажите, что $BR = BP$.

153. Окружность, вписанная в прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AB , касается его сторон BC, CA, AB в точках A_1, B_1, C_1 соответственно. Пусть B_1H — высота треугольника $A_1B_1C_1$. Докажите, что точка H лежит на биссектрисе угла CAB .

154. В треугольнике ABC проведена биссектриса AA_1 . На стороне AB выбрана такая точка K , что $BK = BA_1$. Биссектриса угла C пересекает отрезок KA_1 в точке P . Докажите, что $PA = PA_1$.

155. Дан параллелограмм $ABCD$, в котором угол ABC тупой. Прямая AD пересекает второй раз окружность ω , описанную вокруг треугольника ABC , в точке E . Прямая CD пересекает второй раз окружность ω в точке F . Докажите, что центр описанной окружности треугольника DEF лежит на окружности ω .

156. Серединный перпендикуляр к стороне AC треугольника ABC пересекает прямые BA и BC в точках B_1 и B_2 . Серединный перпендикуляр к стороне AB пересекает прямые CA и CB в точках C_1 и C_2 . Описанные окружности треугольников CC_1C_2 и BB_1B_2 пересекаются в точках P и Q . Докажите, что центр описанной окружности треугольника ABC лежит на прямой PQ .

157. В треугольнике ABC угол A равен 60° . Пусть BB_1 и CC_1 — биссектрисы этого треугольника. Докажите, что точка, симметричная вершине A относительно прямой B_1C_1 , лежит на стороне BC .
