

Угол между радиусом и стороной.

0. А) O – центр описанной окружности треугольника ABC ; BB_1 ; CC_1 – высоты. Докажите, что $OA \perp B_1C_1$.
- Б) Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность, центр которой лежит внутри него. Докажите, что если $\angle BAO = \angle DAC$, то диагонали четырехугольника перпендикулярны.
1. Произвольная прямая, проходящая через вершину B треугольника ABC , пересекает сторону AC в точке K , а описанную окружность в точке M .
- А) Докажите, что центры описанных окружностей всех таких треугольников AMK лежат на одной прямой.
- Б) Пусть O_A и O_C – центры окружностей, описанных около треугольников AMK и CMK соответственно. Докажите, что прямые AO_A и CO_C пересекаются на высоте треугольника ABC .
2. Чевiana AA_1 пересекает описанную окружность треугольника ABC в точке A_2 . O' – центр описанной окружности треугольника BA_1A_2 . Докажите, что $O'A_1 \perp AC$.
3. Биссектриса AA_1 пересекает описанную окружность равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) в точке A_2 . I – инцентр. Докажите, что центр описанной окружности треугольника IBA_2 лежит на стороне BC .
4. H – ортоцентр треугольника ABC . O_A и O_C – центры окружностей, описанных около треугольников AHB и CHB соответственно. Докажите, что $O_AO_C = AC$.
5. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$: $\angle ABD = \angle CDB = 60^\circ$, $\angle BCA = \angle CAD = 30^\circ$. Найдите BD , если $AB = 2$ см.
6. Пусть I , I_a , I_c – центры вписанной и внеписанных окружностей треугольника ABC . O – центр описанной окружности треугольника $I I_a I_c$. Докажите, что $OI \perp AC$.
7. Дан треугольник ABC . На стороне AC выбирается произвольная точка K и такая точка L , что $\angle ABK = \angle CBL$. Докажите, что центры описанных окружностей треугольников KBL лежат на одной прямой.
8. Дан выпуклый четырехугольник $ABMC$, в котором $AB = BC$, $\angle BAM = 30^\circ$, $\angle ACM = 150^\circ$. Докажите, что MA – биссектриса угла BMC .
9. Две окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B . Через произвольную точку X первой окружности проведена прямая XA , которая пересекает вторую окружность в точке Y и прямая XB , которая пересекает вторую окружность в точке Z .
- А) Докажите, что прямая YZ перпендикулярна диаметру первой окружности, проведенному через точку X .
- Б) Найдите г. м. т. центров окружностей, описанных около треугольников XYZ .
- В) Пусть окружность, описанная около треугольника XYZ пересекает вторично первую окружность в точке P . Докажите, что угол XPO_2 – прямой.
- Г) Докажите, что, в случае равных окружностей, прямая, проходящая через X и перпендикулярная AB , делит одну из дуг YZ пополам.