# Разнобой

*8 класс*

*23.05.2015*

1. Двое трудящихся во время обеденного перерыва играют в игру. Они по очереди выкладывают на круглый стол одинаковые пятаки (без наложений). Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре, начинающий, или его соперник?

2. Есть прямая $l$ и точки $A$ и $B$ по одну сторону от неё. На $l$ отметили точки $O$ и $K$, такие что $AO = OB$, $\angle(AK, l) = \angle(l, BK)$. Докажите, что $A$, $B$, $O$, $K$ лежат на одной окружности.

3. Для положительных чисел $a$, $b$, $c$ докажите неравенство:
$$\frac{a}{bc} + \frac{b}{ac} + \frac{c}{ab} \geqslant \frac{2}{a} + \frac{2}{b} - \frac{2}{c}.$$

4. Дан многочлен $P(x)$ с целыми коэффициентами и различные целые числа $a, b, c$. Известно, что $P(a) = P(b) = P(c) = 1$. Докажите, что многочлен $P(x)$ не имеет целых корней.

5. Есть окружность с диаметром $AB$. Через произвольную точку $Z$ отрезка $AB$ проводится хорда $XY$ окружности, пересекающая $AB$ под углом $45^\circ$. Докажите, что величина $XZ^2 + YZ^2$ не зависит от выбора точки $Z$.

6. Назовём число *неадекватным*, если количество различных его простых делителей превосходит наименьший из них. Существует ли 2015 подряд идущих неадекватных чисел?

7. На плоскости даны точки $A$, $B$, $C$, $X$. Точку $X$ центральными симметриями последовательно отражают относительно точек $A$, $B$, $C$, $A$, $B$, $C$ (в указанном порядке). Докажите, что $X$ после этих шести отражений вернётся на своё место.

8. Обозначим через $n?$ (читается $n$*-вопросиал*) произведение всех простых чисел от 1 до $n$ включительно. Докажите, что $n? > n$ при $n \geqslant 3$.

9. Какое максимальное количество диагональных ходов может совершить король, обойдя всю шахматную доску таким образом, чтобы его *траектория* (т. е. ломаная, соединяющая центры последовательных клеток, в которых он побывал) не имела самопересечений?