

Неравенство треугольника

8 класс

11.04.15

1. Верно ли, что в вершинах любого треугольника можно расставить положительные числа так, чтобы сумма чисел в концах каждой стороны треугольника равнялась длине этой стороны?
2. Доказать, что из сторон произвольного четырёхугольника можно сложить трапецию.
3. Из точки M внутри четырёхугольника $ABCD$ опущены перпендикуляры на стороны. Основания перпендикуляров лежат внутри сторон. Обозначим эти основания: то, которое лежит на стороне AB – через X , лежащее на стороне BC – через Y , лежащее на стороне CD – через Z , лежащее на стороне DA – через T . Известно, что $AX \geq XB$, $BY \geq YC$, $CZ \geq ZD$, $DT \geq TA$. Докажите, что вокруг четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность.
4. Внутри круга радиуса 1 метр расположены n точек. Доказать, что в круге или на его границе существует точка, сумма расстояний от которой до всех точек не меньше n метров.
5. Две точки окружности соединили ломаной, длина которой меньше диаметра окружности. Докажите, что существует диаметр, не пересекающий эту ломаную.
6. Имеется многоугольник. Для каждой стороны поделим её длину на сумму длин всех остальных сторон. Затем сложим все получившиеся дроби. Докажите, что полученная сумма будет всегда меньше 2.
7. Докажите, что в любом описанном около окружности многоугольнике найдутся три стороны, из которых можно составить треугольник.
8. Докажите, что замкнутую ломаную длины 1 можно поместить в круг радиуса $\frac{1}{4}$.
9. В треугольнике ABC проведена медиана AM . Может ли радиус окружности, вписанной в треугольник ABM , быть ровно в два раза больше радиуса окружности, вписанной в треугольник ACM ?
10. Докажите, что всегда можно построить несамопересекающуюся ломаную с вершинами в заданных N точках.
11. Стороны AB, BC, CD и DA четырёхугольника $ABCD$ равны соответственно сторонам $A'B', B'C', C'D'$ и $D'A'$ четырёхугольника $A'B'C'D'$, причём известно, что $AB \parallel CD$ и $B'C' \parallel D'A'$. Докажите, что оба четырёхугольника – параллелограммы.