

Инвариант и полуинвариант. Часть 2.

8 класс

21.03.15

1. n ёлок растут а) в ряд; б) на окружности. На каждой ёлке сидит по одному чижу. Каждую минуту 2 каких-то чижа перелетают на соседние ёлки в противоположных направлениях. Могут ли все чижи собраться на одной ёлке?
2. Некоторые джедаи и ситхи знакомы между собой. Каждый день, джедай или ситх, который имеет среди знакомых врагов больше, чем друзей, переходит на сторону врагов (джедаи и ситхи — враги. в один день меняет сторону только один). Докажите, что этот процесс не может идти бесконечно.
3. На клетчатой плоскости выбрали квадрат 2×2 . В трёх клетках выбранного квадрата стоит по одной фишке, больше на плоскости фишек нет. За ход можно взять фишку и переставить её в клетку, центрально симметричную клетке с фишкой относительно клетки с другой фишкой. После нескольких ходов все три фишки вернулись в изначальный квадрат 2×2 . Докажите, что фишки занимают те же три клетки, что и в начале.
4. В поле 10×10 девять клеточек заросло бурьяном. Каждый век бурьяном зарастают все пустые клетки, у которых было хотя бы две соседние по стороне заросшие бурьяном клетки. Докажите, что вся таблица зарости бурьяном не сможет никогда.
5. В колоде n карт. Часть из них лежит рубашками вверх, остальные — рубашками вниз. За один ход разрешается взять несколько карт сверху, перевернуть полученную стопку и снова положить её сверху колоды. За какое наименьшее число ходов при любом начальном расположении карт можно добиться того, чтобы все карты лежали рубашками вниз?