

# Симметрия

8 класс

14.03.2015

1. Докажите, что четырёхугольник, имеющий центр симметрии, является параллелограммом.
2. Докажите, что если фигура имеет две перпендикулярные оси симметрии, то она имеет центр симметрии.
3. Противоположные стороны шестиугольника попарно равны и параллельны. Докажите, что он имеет центр симметрии.
4. Дан треугольник  $ABC$ . На лучах  $AB$ ,  $AC$  отложили такие точки  $C'$ ,  $B'$ , что  $AB' = AB$ ,  $AC' = AC$ . Прямая  $B'C'$  пересекла сторону  $BC$  в точке  $L$ . Докажите, что  $AL$  — биссектриса треугольника  $ABC$ .
5. Даны точки  $A$  и  $B$  по одну сторону от прямой  $l$ . Постройте такую точку  $C$  на прямой  $l$ , для которой сумма  $AC + CB$  была бы минимальной возможной.
6. Дан параллелограмм  $ABCD$  и точка  $M$ . Через точки  $A, B, C$  и  $D$  проведены прямые, параллельные прямой  $MC, MD, MA$  и  $MB$  соответственно. Докажите, что они пересекаются в одной точке.
7. Внутри отмечена точка  $M$ . С помощью циркуля и линейки отметьте на сторонах угла точки  $A$  и  $B$  так, чтобы  $M$  была серединой  $AB$ .
8. Через данную точку  $A$  проведите прямую так, чтобы отрезок, заключенный между точками пересечения ее с данной прямой и данной окружностью, делился точкой  $A$  пополам.
9. Две окружности радиуса  $R$  касаются в точке  $K$ . На одной из них взята точка  $A$ , на другой — точка  $B$ , причем  $\angle AKB = 90^\circ$ . Докажите, что  $AB = 2R$ .
10. Окружность пересекает стороны  $BC, CA, AB$  треугольника  $ABC$  в точках  $A_1$  и  $A_2, B_1$  и  $B_2, C_1$  и  $C_2$  соответственно. Докажите, что если перпендикуляры к сторонам треугольника, проведенные через точки  $A_1, B_1$  и  $C_1$ , пересекаются в одной точке, то и перпендикуляры к сторонам, проведенные через  $A_2, B_2$  и  $C_2$ , тоже пересекаются в одной точке.
11. В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $60^\circ$ . На лучах  $BA$  и  $CA$  отложены отрезки  $BX$  и  $CY$ , равные стороне  $BC$ . Докажите, что прямая  $XY$  проходит через точку пересечения биссектрис треугольника  $ABC$ .