Вписанные углы, часть 3.

8 класс

07.02.2015

1. $ABCD$ - вписанный четырёхугольник. Лучи AB, DC пересекаются в точке P, лучи BC, AD — в точке Q. Докажите, что биссектрисы углов APD и AQB перпендикулярны.

2. $ABCD$ — вписанный четырёхугольник, K — середина дуги AB, не содержащей точек C и D. P и Q — точки пересечения пар хорд CK и AB, DK и AB соответственно. Докажите, что четырёхугольник $CPQD$ — вписанный.

3. Точки A, B, M, N лежат на окружности в указанном порядке. A_1, B_1 — такие точки на окружности, что $NA \perp MB_1$, $NB \perp MA_1$. Докажите, что $AA_1 \parallel BB_1$.

4. O — центр описанной окружности равнобокой трапеции $ABCD$ с боковой стороной AB, а K — точка пересечения её диагоналей. Докажите, что точки A, B, K, O лежат на одной окружности.

5. Внутри остроугольного треугольника ABC нашлась такая точка P, что $\angle BPC = \angle BAC + 60°$, $\angle CPA = \angle CBA + 60°$, $\angle APB = \angle ACB + 60°$. Лучи AP, BP, CP продлили до пересечения с описанной окружностью треугольника ABC. Докажите, что полученные точки пересечения лежат в вершинах равностороннего треугольника.

6. В треугольнике ABC углы при вершинах B и C равны $40°$, BD — биссектриса угла B. Докажите, что $BC = BD + DA$.

Вписанные углы, часть 3.

8 класс

07.02.2015

1. $ABCD$ - вписанный четырёхугольник. Лучи AB, DC пересекаются в точке P, лучи BC, AD — в точке Q. Докажите, что биссектрисы углов APD и AQB перпендикулярны.

2. $ABCD$ — вписанный четырёхугольник, K — середина дуги AB, не содержащей точек C и D. P и Q — точки пересечения пар хорд CK и AB, DK и AB соответственно. Докажите, что четырёхугольник $CPQD$ — вписанный.

3. Точки A, B, M, N лежат на окружности в указанном порядке. A_1, B_1 — такие точки на окружности, что $NA \perp MB_1$, $NB \perp MA_1$. Докажите, что $AA_1 \parallel BB_1$.

4. O — центр описанной окружности равнобокой трапеции $ABCD$ с боковой стороной AB, а K — точка пересечения её диагоналей. Докажите, что точки A, B, K, O лежат на одной окружности.

5. Внутри остроугольного треугольника ABC нашлась такая точка P, что $\angle BPC = \angle BAC + 60°$, $\angle CPA = \angle CBA + 60°$, $\angle APB = \angle ACB + 60°$. Лучи AP, BP, CP продлили до пересечения с описанной окружностью треугольника ABC. Докажите, что полученные точки пересечения лежат в вершинах равностороннего треугольника.

6. В треугольнике ABC углы при вершинах B и C равны $40°$, BD — биссектриса угла B. Докажите, что $BC = BD + DA$.