

## Вписанные углы, часть 2.

8 класс

07.02.2015

0. К окружности из точки вне неё проведены две касательные. Докажите, что их длины равны.
  1. Две окружности пересекаются в точках  $A, B$ ; на первой из этих окружностей отмечена точка  $C$ . Прямые  $CA, CB$  пересекают вторую окружность вторично в точках  $E, F$ . Докажите, что касательная к первой окружности, восстановленная в точке  $C$ , параллельна прямой  $EF$ .
  2. Точки  $A, B, C, D$  лежат на одной окружности в указанном порядке.  $K, L, M, N$  — середины дуг  $AB, BC, CD, DA$ , не содержащих внутри четырёх исходных точек. Докажите, что  $KM \perp LN$ .
  3. В треугольнике  $ABC$  проведены медианы  $BB_1, CC_1$ . Оказалось, что  $\angle ABB_1 = \angle ACC_1$ . Докажите, что  $AB = AC$ .
  4. В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $AL$ .  $K$  — такая точка на отрезке  $AC$ , что  $\angle BAC = \angle CLK$ . Докажите, что  $BL = LK$ .
  5. (*Лемма о трилистнике, она же лемма о трезубце*)  $I$  — точка пересечения биссектрис треугольника  $ABC$ ,  $A_0$  — середина дуги  $BC$  описанной окружности треугольника  $ABC$ , не содержащей точку  $A$ . Докажите, что  $A_0B = A_0I = A_0C$ .
  6. В неравностороннем треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $AD$ .  $E$  — точка пересечения прямой  $BC$  с касательной к описанной окружности исходного треугольника, восстановленной в точке  $A$ . Докажите, что  $AE = DE$ .
- 

## Вписанные углы, часть 2.

8 класс

07.02.2015

0. К окружности из точки вне неё проведены две касательные. Докажите, что их длины равны.
1. Две окружности пересекаются в точках  $A, B$ ; на первой из этих окружностей отмечена точка  $C$ . Прямые  $CA, CB$  пересекают вторую окружность вторично в точках  $E, F$ . Докажите, что касательная к первой окружности, восстановленная в точке  $C$ , параллельна прямой  $EF$ .
2. Точки  $A, B, C, D$  лежат на одной окружности в указанном порядке.  $K, L, M, N$  — середины дуг  $AB, BC, CD, DA$ , не содержащих внутри четырёх исходных точек. Докажите, что  $KM \perp LN$ .
3. В треугольнике  $ABC$  проведены медианы  $BB_1, CC_1$ . Оказалось, что  $\angle ABB_1 = \angle ACC_1$ . Докажите, что  $AB = AC$ .
4. В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $AL$ .  $K$  — такая точка на отрезке  $AC$ , что  $\angle BAC = \angle CLK$ . Докажите, что  $BL = LK$ .
5. (*Лемма о трилистнике, она же лемма о трезубце*)  $I$  — точка пересечения биссектрис треугольника  $ABC$ ,  $A_0$  — середина дуги  $BC$  описанной окружности треугольника  $ABC$ , не содержащей точку  $A$ . Докажите, что  $A_0B = A_0I = A_0C$ .
6. В неравностороннем треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $AD$ .  $E$  — точка пересечения прямой  $BC$  с касательной к описанной окружности исходного треугольника, восстановленной в точке  $A$ . Докажите, что  $AE = DE$ .