

Графы-2. Часть 2.

8 класс

24.01.15

1. В стране 20 городов, некоторые из которых соединены авиалиниями, принадлежащими четырём авиакомпаниям, причём из каждого города хоть кто-то, да летает. Известно, что для любых двух городов из которых летает одна и та же авиакомпания можно добраться от одного города к другому пролетая только этой авиакомпанией (возможно, с пересадками). Какое минимальное количество авиалиний может быть в стране?
2. Куб $n \times n \times n$ разбит на кубики $1 \times 1 \times 1$. Какое минимальное количество граней 1×1 необходимо в нём убрать, чтобы из любой его части можно было пробраться наружу?
3. В стране 100 городов, некоторые из которых соединены авиалиниями. Известно, что от любого города можно долететь до любого другого (возможно, с пересадками). Докажите, что можно пролететь по всем городам, сделав при этом не более 196 перелётов.
4. В стране 15 городов, некоторые из них соединены авиалиниями, принадлежащими трем авиакомпаниям. Известно, что даже если любая из авиакомпаний прекратит полеты, можно будет добраться из любого города в любой другой (возможно, с пересадками), пользуясь рейсами оставшихся двух компаний. Какое наименьшее количество авиалиний может быть в стране?
5. Петя поставил на доску 50×50 несколько фишек, в каждую клетку – не больше одной. Докажите, что Вася может поставить на свободные поля этой же доски не более 99 новых фишек (возможно, ни одной) так, чтобы по-прежнему в каждой клетке стояло не больше одной фишки, и в каждой строке и каждом столбце этой доски оказалось чётное количество фишек.