

Теоретические вопросы к зачёту 30 мая

1. Параллельный перенос. (Определение ПП. ПП — движение. Композиция ПП: свойства. Что происходит с векторами при параллельном переносе. Построение отрезка параллельного заданному направлению и равного заданной длине с концами на сторонах данного угла.)

2. Поворот. (Определение поворота плоскости относительно точки на заданный угол. Поворот — движение. Что происходит с векторами при повороте. Композиция поворотов: чем является композиция поворотов, зависимость от суммы углов поворотов. Доказательство свойств точки Торричелли.)

3. Симметрия. (Определение осевой и центральной симметрий. Симметрия — движение. Что происходит с векторами. Композиция симметрий. Представление любого движения в виде композиции не более чем трёх осевых симметрий (т. Шаля). Решение задачи про реку.)

4. Малая теорема Ферма. Формулировка, два доказательства: через сложение p -тых степеней по модулю p , и через перемножение всех ненулевых вычетов. Решение задачи про $k^2 + k + 1$. Теорема Жерара: доказательство. Доказательство того, что любое простое число вида $4k + 1$ делит какое-то число вида $x^2 + 1$.

5. Китайская теорема об остатках. Формулировка, два доказательства: неконструктивное и конструктивное.

6. Двудольные графы: доказательство того, что двудольность равносильна отсутствию нечётных циклов.

7. Многочлены. Деление с остатком. Доказательство теоремы Безу. Формулировка и доказательство самого важного факта про многочлены в трёх ипостасях. Функциональное равенство многочленов равносильно формальному: доказательство.

8. Вписанные углы. Доказательство того, что центральный угол вдвое больше опирающегося на дугу. Сумма противоположных углов вписанного четырёхугольника. Угол между хордами. Чебурашья уши. Доказательство теорема Микеля и Симсона.