

Игры

1. а) Есть шоколадка 17×17 долек. Малыш и Карлсон играют в такую игру: ход состоит в том, что один из имеющихся прямоугольных кусков шоколада разламывают на две прямоугольные части, одну из которых сразу после своего хода съедает Карлсон. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Первым ходит Малыш. Кто выигрывает при правильной игре?

б) Есть шоколадка 1995×1995 долек. Малыш и Карлсон играют в такую игру: ход состоит в том, что один из имеющихся прямоугольных кусков шоколада разламывают на две прямоугольные части, одну из которых можно после этого сразу же съесть (а можно и не съесть). Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Первым ходит Карлсон. Кто выигрывает при правильной игре?

2. Малыш и Карлсон играют в такую игру: они берут шоколадку 1997×1998 и по очереди выкусывают из нее “по клеточкам” кусочки (не обязательно с краю): Карлсон — 2×2 , Малыш — 1×1 . Если не осталось ни одного кусочка 2×2 , то все остальные кусочки достаются Малышу. Выигрывает тот, кто съест больше шоколада. Первый ход делает Малыш. Кто выиграет при правильной игре?

3. Два игрока по очереди ставят фишки на клетки доски 101×101 . Первый может поставить очередную фишку на любую свободную клетку, для которой количество фишек, уже стоящих в столбце и строке, содержащих эту клетку, четно. Второй может поставить очередную фишку на любую свободную клетку, для которой это количество нечетно. Проигрывает тот, у кого нет хода. Кто выиграет при правильной игре?

4. В каждом из 100 сосудов лежит по 99 камней. Два игрока ходят по очереди. Каждый игрок при своем ходе должен взять по одному камню из 98 сосудов. Игрок, после хода которого два сосуда оказались пусты, выигрывает. Кто выиграет при правильной игре — начинающий или его партнер?

5. Двое играют в игру. Первый игрок загадал число, а второй игрок за ход может назвать любые k различных чисел, не больших 100, после чего первый сообщает сумму задуманного числа и одного из названных чисел. При каком максимальном k второй всегда рано или поздно сможет угадать загаданное число?

6. Перед Аленом и Артёмом лежит по кучке монет. Они играют в следующую игру. За один ход можно взять из любой кучки любое число монет, равное делителю числа монет в этой кучке, и переложить их в другую кучку. (В частности, можно переложить всю кучку целиком в другую кучку. При этом считается, что количество монет в “кучке”, в которой не осталось монет, равно нулю.) Проигрывает тот, после чьего хода количество монет в кучке, лежащей перед Артёмом, станет таким, каким оно уже было когда-нибудь на протяжении игры (в том числе, в самом начале). Первым ходит Артём. Изначально в обеих кучках по 1999 монет. Кто выигрывает при правильной игре?

7. В мэрии города N работают 200 честных сотрудников и k взяточников. В день рождения мэра каждый сотрудник отправил ему анонимное письмо, в котором перечислил ровно k взяточников. При этом честные сотрудники перечислили k истинных взяточников, а взяточники могли обвинить любых сотрудников мэрии. При каких k мэр заведомо сможет только на основании этих данных разоблачить хотя бы одного взяточника?

8. В песочнице лежит кучка из 123456789 песчинок. Саша и Аня играют в следующую игру. За один ход разрешается взять из любой кучки любое число песчинок, равное какому-то собственному делителю числа песчинок в этой кучке. Первый ход делает Аня. Проигрывает тот игрок, который не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

9. У Васи и Пети есть куча из 2010 монет. Каждый из них может выбрать несколько куч (может быть, одну) и разделить каждую из выбранных куч на две меньших (выбирать кучу из одной монеты нельзя). Они делают это по очереди, начинает Вася. Проигрывает не имеющий хода. Кто выиграет при правильной игре?