

ДВИЖЕНИЯ ПЛОСКОСТИ

Определение. Параллельным переносом на вектор \vec{AB} называется преобразование плоскости, которое каждую точку C переводит в такую точку C' , что $\vec{CC'} = \vec{AB}$. На пальцах: каждую точку плоскости сдвигаем в направлении прямой AB от A к B на расстояние $|AB|$.

1. Докажите, что при параллельном переносе окружность переходит в окружность.
2. Две окружности радиуса R касаются в точке K . На одной из них взята точка A , на другой — точка B , причём $\angle AKB = 90^\circ$. Докажите, что $AB = 2R$.
3. В каком месте следует построить мост MN через реку, разделяющую деревни A и B , чтобы путь $AMNB$ из A в B был кратчайшим? (Берега реки считаются параллельными прямыми, мост перпендикулярен берегам.)
4. Пусть K и M — середины сторон AB и CD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ соответственно. Докажите, что $KM \leq (BC + AD)/2$. Когда достигается равенство?
5. Внутри параллелограмма $ABCD$ взята точка O так, что $\angle OAD = \angle OCD$. Докажите, что $\angle OBC = \angle ODC$.
6. а) Докажите, что в описанном четырёхугольнике (это такой, в который можно вписать окружность) суммы длин противоположных сторон равны. б) В трапеции $ABCD$ стороны BC и AD параллельны, M — точка пересечения биссектрис углов A и B , N — точка пересечения биссектрис углов C и D . Докажите, что $2MN = |AB + CD - BC - AD|$.
7. Внутри каждой стороны параллелограмма выбрано по точке. Выбранные точки сторон, имеющих общую вершину, соединены. Докажите, что центры описанных окружностей четырёх получившихся треугольников являются вершинами некоторого параллелограмма.
8. Дан угол ABC и прямая l . Постройте прямую, параллельную прямой l , на которой стороны угла ABC отсекают отрезок данной длины a .
9. Даны две окружности S_1, S_2 и прямая l . Проведите прямую m , параллельную прямой l , так, чтобы: а) расстояние между точками пересечения m с окружностями S_1 и S_2 имело заданную величину a ; б) S_1 и S_2 высекали бы на m равные хорды;
10. Даны непересекающиеся хорды AB и CD окружности. Постройте точку X окружности так, чтобы AX и BX высекали на хорде CD отрезок EF , имеющий данную длину a .
11. Постройте трапецию, если известны длины её оснований и диагоналей.

ДВИЖЕНИЯ ПЛОСКОСТИ

Определение. Параллельным переносом на вектор \vec{AB} называется преобразование плоскости, которое каждую точку C переводит в такую точку C' , что $\vec{CC'} = \vec{AB}$. На пальцах: каждую точку плоскости сдвигаем в направлении прямой AB от A к B на расстояние $|AB|$.

1. Докажите, что при параллельном переносе окружность переходит в окружность.
2. Две окружности радиуса R касаются в точке K . На одной из них взята точка A , на другой — точка B , причём $\angle AKB = 90^\circ$. Докажите, что $AB = 2R$.
3. В каком месте следует построить мост MN через реку, разделяющую деревни A и B , чтобы путь $AMNB$ из A в B был кратчайшим? (Берега реки считаются параллельными прямыми, мост перпендикулярен берегам.)
4. Пусть K и M — середины сторон AB и CD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ соответственно. Докажите, что $KM \leq (BC + AD)/2$. Когда достигается равенство?
5. Внутри параллелограмма $ABCD$ взята точка O так, что $\angle OAD = \angle OCD$. Докажите, что $\angle OBC = \angle ODC$.
6. а) Докажите, что в описанном четырёхугольнике (это такой, в который можно вписать окружность) суммы длин противоположных сторон равны. б) В трапеции $ABCD$ стороны BC и AD параллельны, M — точка пересечения биссектрис углов A и B , N — точка пересечения биссектрис углов C и D . Докажите, что $2MN = |AB + CD - BC - AD|$.
7. Внутри каждой стороны параллелограмма выбрано по точке. Выбранные точки сторон, имеющих общую вершину, соединены. Докажите, что центры описанных окружностей четырёх получившихся треугольников являются вершинами некоторого параллелограмма.
8. Дан угол ABC и прямая l . Постройте прямую, параллельную прямой l , на которой стороны угла ABC отсекают отрезок данной длины a .
9. Даны две окружности S_1, S_2 и прямая l . Проведите прямую m , параллельную прямой l , так, чтобы: а) расстояние между точками пересечения m с окружностями S_1 и S_2 имело заданную величину a ; б) S_1 и S_2 высекали бы на m равные хорды;
10. Даны непересекающиеся хорды AB и CD окружности. Постройте точку X окружности так, чтобы AX и BX высекали на хорде CD отрезок EF , имеющий данную длину a .
11. Постройте трапецию, если известны длины её оснований и диагоналей.