

*Кружок в Хамовниках. 6 класс.*  
**Серия 14. Делимость. 24.01**

**1.** В десятизначном числе все цифры встречаются по одному разу. Может ли оно делиться на 11?

**2.** Учитель дал задание заменить в слове МАТЕМАТИКА разные буквы разными цифрами, а одинаковые – одинаковыми так, чтобы получившееся число делилось на 137. Костя, у которого тройка по русскому языку, записал слово с ошибкой: МАТЕМАТЕКА. Докажите, что теперь Косте не удастся решить задачу, несмотря на пятерку по математике.

**3.** Разложите число  $10!$  на простые множители.

**4.** Может ли произведение двух последовательных простых чисел быть равным сумме двух последовательных простых чисел?

**5.** Найдите наименьшее натуральное число, дающее при делении на 2 остаток 1, на 3 — 2 и т.д., на 10 — остаток 9. Не вычисляя его явно вычислите его остаток при делении на 11.

**6.** Из чисел  $1, 2, 3, \dots, 200$  выбрали 101 число, докажите, что одно из чисел делится на другое.

**7.** а) Чему равны НОД и НОК взаимно простых чисел?

б) Существуют ли три числа, такие что любые два имеют общий делитель, но не существует числа, делящего все три?

в) Для какого количества натуральных чисел существуют аналогичные примеры?

**8.** Докажите, что  $\text{НОД}(a, b) \cdot \text{НОК}(a, b) = ab$ .

**9.** Докажите, что если  $a^2$  делится на  $b^2$ , то  $a$  кратно  $b$ .

**10.** а) Может ли НОК двух чисел равняться их сумме?

б) А трёх?

в) Наименьшее общее кратное скольких чисел может равняться их сумме?

**11.** Докажите, что из 100 целых чисел можно выбрать несколько (возможно, одно) так, чтобы их сумма делилась на 100.

**12.** Докажите, что из 37 натуральных чисел можно выбрать 7, сумма которых делится на 7.