

Серия 13. Немного о принципе Дирихле. 17 января.

1. У Пети в классе 25 человек. Докажите, что какие-то трое из них родились в один месяц.
2. На каникулах кружковец Серёжа решил 10 задач, а остальные 15 участников его кружка меньше. Докажите, что какие-то двое из них решили одинаковое количество задач.
3. После каникул прошла ещё неделя, участники усиленно решали задачи, решили в сумме целых 100. Докажите, что какие-то два человека решили поровну задач.
4. Докажите, что в любой компании людей найдутся двое с одинаковым числом знакомых.
5. В зале кинотеатра 7 рядов, в каждом по 10 мест. Группа из 50 человек ходила на утренний и на вечерний сеанс. Докажите, что найдутся двое, которые сидели в одном ряду и на утреннем, и на вечернем сеансе.
6. В туристическом отряде 33 человека, им вместе 430 лет. Докажите, что двадцати самым старшим из них вместе не меньше 260 лет.
7. Директор поймал семерых хулиганов и поставил их в ряд. У каждого хулигана есть несколько (может быть, 0) петард. Известно, что в сумме у них 30 петард. Директор знает, у кого сколько петард, и забирает петарды у четверых. Какое наибольшее количество петард гарантированно может забрать директор?
8. Та же задача, но директор забирает петарды у четверых стоящих подряд.
9. Осознайте, что из любых 15 чисел можно выбрать два, разность которых делится на 14.
10. На 100 карточках написаны числа от 1 до 100. Из них выбрали 55 карточек. Можно ли утверждать, что сумма чисел на каких-то двух карточках равна 100?
11. Докажите, что из 100 натуральных чисел можно выбрать несколько (может быть, 1) так, чтобы их сумма делилась на 100.
12. Докажите, что из 37 натуральных чисел можно выбрать 7 сумма которых делится на 7.