

Инвариант

6-7 класс

13.12.2014

1. В квадрате а) 4×4 ; б) 5×5 закрашена угловая клетка. За ход разрешается перекрасить любую строку или столбец. Может ли в итоге весь квадрат оказаться закрашенным?

2. В квадрате 4×4 закрашена клетка, соседняя с угловой. За ход разрешается перекрасить любую строку или столбец. Может ли в итоге весь квадрат оказаться закрашенным?

3. Фигуру из фанеры разрешается разрезать на две части, перевернуть одну из частей вверх ногами и приклеить обратной (что бы линия разреза совпала у обеих фигур). Можно ли такими операциями из квадрата 6×6 получить прямоугольник а) 5×7 ; б) 4×9

4. В алфавите племени УУ-АУ всего две буквы – А и У. Смысл слова не меняется от следующих замен: УАУ на АА и обратно, УАА на АУ и обратно, ААУ на УА и обратно, ААА на УУ и обратно. Можно ли утверждать, что слова УАА и АУУ являются синонимами?

5. На доске написаны числа 4,5,6. Разрешается стереть два числа a и b и записать вместо них числа а) $\frac{3a+b}{4}$ и $\frac{3b+a}{4}$; б) $\frac{a^2}{b}$ и $\frac{b^2}{a}$. Можно ли в результате таких операции получить числа 7, 8, 9?

6. В квадрате 8×8 угловая клетка закрашена в черный цвет. За ход разрешается выбрать любой прямоугольник 1×4 и перекрасить все его клетки. Можно ли при помощи таких операций получить полностью закрашенный квадрат?

7. Восемнадцать школьников стоят по кругу, и на каждом из них сидит оса. Время от времени какие-то две осы перелетают на соседних ребят - одна по часовой стрелке, а другая - против. Могут ли все осы собраться на одном несчастном?

б) а что если школьников шестнадцать?

8. На доске написаны числа $1, 2, 3, \dots, 20$. Разрешается стереть любые два числа a и b и записать вместо них число $ab + a + b$. Какое число может остаться на доске после 19 таких операций?