

Неравенство Караматы

11 класс
23.02.2015

0. Для положительных a, b, c докажите неравенство:

$$a^3 + b^3 + c^3 + abc \geq \frac{2}{3} \cdot (a^2b + b^2c + c^2a + ab^2 + bc^2 + ca^2).$$

1. $a, b, c > 0$. Докажите неравенство:

$$\frac{ab}{c^2} + \frac{bc}{a^2} + \frac{ca}{b^2} \geq \sqrt{\frac{ab}{c^2}} + \sqrt{\frac{bc}{a^2}} + \sqrt{\frac{ca}{b^2}}.$$

2. a, b, c — длины сторон треугольника. Докажите, что

$$\sqrt{a+b-c} + \sqrt{b+c-a} + \sqrt{c+a-b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}.$$

3. Для положительных a, b, d докажите, что

$$a^4 + b^4 + c^4 + d^4 + 2abcd \geq a^2b^2 + a^2c^2 + a^2d^2 + b^2c^2 + b^2d^2 + c^2d^2.$$

4. Для положительных чисел $a_1, \dots, a_n$ докажите:

$$\left(1 + \frac{a_1^2}{a_2}\right) \cdot \left(1 + \frac{a_2^2}{a_3}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{a_n^2}{a_1}\right) \geq (1 + a_1) \cdot \dots \cdot (1 + a_n).$$

Неравенство Караматы

11 класс
23.02.2015

0. Для положительных a, b, c докажите неравенство:

$$a^3 + b^3 + c^3 + abc \geq \frac{2}{3} \cdot (a^2b + b^2c + c^2a + ab^2 + bc^2 + ca^2).$$

1. $a, b, c > 0$. Докажите неравенство:

$$\frac{ab}{c^2} + \frac{bc}{a^2} + \frac{ca}{b^2} \geq \sqrt{\frac{ab}{c^2}} + \sqrt{\frac{bc}{a^2}} + \sqrt{\frac{ca}{b^2}}.$$

2. a, b, c — длины сторон треугольника. Докажите, что

$$\sqrt{a+b-c} + \sqrt{b+c-a} + \sqrt{c+a-b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}.$$

3. Для положительных a, b, d докажите, что

$$a^4 + b^4 + c^4 + d^4 + 2abcd \geq a^2b^2 + a^2c^2 + a^2d^2 + b^2c^2 + b^2d^2 + c^2d^2.$$

4. Для положительных чисел $a_1, \dots, a_n$ докажите:

$$\left(1 + \frac{a_1^2}{a_2}\right) \cdot \left(1 + \frac{a_2^2}{a_3}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{a_n^2}{a_1}\right) \geq (1 + a_1) \cdot \dots \cdot (1 + a_n).$$