

1. Пятизначное число  $A$  записывается только двойками и тройками, а пятизначное число  $B$  — тройками и четвёрками. Может ли произведение  $AB$  записываться одними двойками?
2. Докажите, что связных графов на 2015 вершинах больше, чем несвязных.
3. Для остроугольного треугольника  $ABC$  и произвольной точки  $X$  внутри него обозначим через  $A_X$ ,  $B_X$ ,  $C_X$  точки пересечения прямых  $AX$ ,  $BX$ ,  $CX$  со сторонами  $BC$ ,  $AC$ ,  $AB$  соответственно. Сколько точек внутри треугольника  $ABC$  могут обладать тем свойством, что  $\angle AA_XC = \angle BB_XA = \angle CC_XB$ ?
4. Игра "2048" происходит на поле  $4 \times 4$ . Перед каждым ходом игрока на случайной свободной клетке появляется плитка номинала 2 или 4. Своим ходом игрок может скинуть все плитки в одну из четырех сторон. Если при этом одна плитка налетает на другую плитку того же номинала, то они соединяются в одну плитку, номинал которой равен сумме номиналов этих плиток. Если при нажатии местоположение плиток не меняется, то ход считается не совершенным. За каждое соединение очки игрока увеличиваются на номинал полученной плитки. Игра заканчивается, когда игрок не может совершить ход.
  - а) Какую наибольшую степень двойки можно получить в игре 2048?
  - б) Какое наибольшее число очков можно получить в игре 2048?
5. Пусть  $Q_n$  — сумма первых  $n$  простых чисел. Докажите, что между  $Q_{2014}$  и  $Q_{2015}$  содержится квадрат натурального числа.
6. В каждой клетке квадрата  $2015 \times 2015$ , кроме центральной, стоит один из двух знаков: "поворот" или "прямо". Робот въезжает извне в произвольную клетку на границе квадрата, после чего ползает параллельно сторонам клеток, придерживаясь двух правил:
  - 1) в клетке со знаком "прямо" он продолжает путь в том же направлении;
  - 2) в клетке со знаком "поворот" он поворачивает на  $90^\circ$  (в любую сторону по своему выбору).Центральную клетку квадрата занимает дом. Можно ли расставить знаки так, чтобы робот не мог врезаться в дом?
7. В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $AD$ . Оказалось, что  $AB + AD = CD$  и  $AC + AD = BC$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ .

1. Пятизначное число  $A$  записывается только двойками и тройками, а пятизначное число  $B$  — тройками и четвёрками. Может ли произведение  $AB$  записываться одними двойками?
2. Докажите, что связных графов на 2015 вершинах больше, чем несвязных.
3. Для остроугольного треугольника  $ABC$  и произвольной точки  $X$  внутри него обозначим через  $A_X$ ,  $B_X$ ,  $C_X$  точки пересечения прямых  $AX$ ,  $BX$ ,  $CX$  со сторонами  $BC$ ,  $AC$ ,  $AB$  соответственно. Сколько точек внутри треугольника  $ABC$  могут обладать тем свойством, что  $\angle AA_XC = \angle BB_XA = \angle CC_XB$ ?
4. Игра "2048" происходит на поле  $4 \times 4$ . Перед каждым ходом игрока на случайной свободной клетке появляется плитка номинала 2 или 4. Своим ходом игрок может скинуть все плитки в одну из четырех сторон. Если при этом одна плитка налетает на другую плитку того же номинала, то они соединяются в одну плитку, номинал которой равен сумме номиналов этих плиток. Если при нажатии местоположение плиток не меняется, то ход считается не совершенным. За каждое соединение очки игрока увеличиваются на номинал полученной плитки. Игра заканчивается, когда игрок не может совершить ход.
  - а) Какую наибольшую степень двойки можно получить в игре 2048?
  - б) Какое наибольшее число очков можно получить в игре 2048?
5. Пусть  $Q_n$  — сумма первых  $n$  простых чисел. Докажите, что между  $Q_{2014}$  и  $Q_{2015}$  содержится квадрат натурального числа.
6. В каждой клетке квадрата  $2015 \times 2015$ , кроме центральной, стоит один из двух знаков: "поворот" или "прямо". Робот въезжает извне в произвольную клетку на границе квадрата, после чего ползает параллельно сторонам клеток, придерживаясь двух правил:
  - 1) в клетке со знаком "прямо" он продолжает путь в том же направлении;
  - 2) в клетке со знаком "поворот" он поворачивает на  $90^\circ$  (в любую сторону по своему выбору).Центральную клетку квадрата занимает дом. Можно ли расставить знаки так, чтобы робот не мог врезаться в дом?
7. В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $AD$ . Оказалось, что  $AB + AD = CD$  и  $AC + AD = BC$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ .