

1. Существуют ли 2015 различных натуральных чисел $a_1, a_2, \dots, a_{2015}$ таких, что любые два из них взаимно просты, а число $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_{2015} - 1$ является произведением двух последовательных чётных чисел?
2. В треугольнике ABC точки A_0 и B_0 – середины сторон BC и AC , A_1 и B_1 – основания высот на стороны BC и AC . Описанные окружности треугольников CA_0B_0 и CA_1B_1 пересекаются в точке M_c , отличной от C . Аналогично определяются точки M_a и M_b . Докажите, что точки M_a , M_b и M_c лежат на одной прямой.
3. Дан многочлен $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ с рациональными коэффициентами, причём $d < 0$. Произведение каких-то двух корней $P(x)$ рационально. Докажите, что их сумма тоже рациональна.
4. Дан белый квадрат 8×8 . За один ход Вася может выбрать полностью белый квадратик 2×2 и закрасить в чёрный цвет любые две клетки этого квадратика, расположенные на диагонали. Какое наибольшее количество клеток по таким правилам Вася сможет закрасить?

1. Существуют ли 2015 различных натуральных чисел $a_1, a_2, \dots, a_{2015}$ таких, что любые два из них взаимно просты, а число $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_{2015} - 1$ является произведением двух последовательных чётных чисел?
2. В треугольнике ABC точки A_0 и B_0 – середины сторон BC и AC , A_1 и B_1 – основания высот на стороны BC и AC . Описанные окружности треугольников CA_0B_0 и CA_1B_1 пересекаются в точке M_c , отличной от C . Аналогично определяются точки M_a и M_b . Докажите, что точки M_a , M_b и M_c лежат на одной прямой.
3. Дан многочлен $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ с рациональными коэффициентами, причём $d < 0$. Произведение каких-то двух корней $P(x)$ рационально. Докажите, что их сумма тоже рациональна.
4. Дан белый квадрат 8×8 . За один ход Вася может выбрать полностью белый квадратик 2×2 и закрасить в чёрный цвет любые две клетки этого квадратика, расположенные на диагонали. Какое наибольшее количество клеток по таким правилам Вася сможет закрасить?

1. Существуют ли 2015 различных натуральных чисел $a_1, a_2, \dots, a_{2015}$ таких, что любые два из них взаимно просты, а число $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_{2015} - 1$ является произведением двух последовательных чётных чисел?
2. В треугольнике ABC точки A_0 и B_0 – середины сторон BC и AC , A_1 и B_1 – основания высот на стороны BC и AC . Описанные окружности треугольников CA_0B_0 и CA_1B_1 пересекаются в точке M_c , отличной от C . Аналогично определяются точки M_a и M_b . Докажите, что точки M_a , M_b и M_c лежат на одной прямой.
3. Дан многочлен $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ с рациональными коэффициентами, причём $d < 0$. Произведение каких-то двух корней $P(x)$ рационально. Докажите, что их сумма тоже рациональна.
4. Дан белый квадрат 8×8 . За один ход Вася может выбрать полностью белый квадратик 2×2 и закрасить в чёрный цвет любые две клетки этого квадратика, расположенные на диагонали. Какое наибольшее количество клеток по таким правилам Вася сможет закрасить?