

1. На квадратном столе со стороной 1 лежат 100 лоскутов, площадь каждого из которых больше $0,99$. Докажите, что на столе существует точка, покрытая всеми лоскутами.
2. На плоскости есть 4 прожектора, каждый из которых может освещать угол в 90° со сторонами, параллельными осям координат. Докажите, что их можно направить так, что они осветят всю плоскость.
3. Какое наибольшее число сторон может быть у многоугольника, все стороны которого лежат на шести прямых?
4. Шесть кругов имеют общую точку. Докажите, что один из них содержит центр некоторого другого.
5. Даны n точек на плоскости, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Через каждую пару точек проведена прямая. Какое наименьшее число попарно непараллельных прямых может быть среди них?
6. Внутри выпуклого стоугольника выбрано k точек, $2 \leq k \leq 50$. Докажите, что можно выбрать $2k$ вершин стоугольника так, чтобы все выбранные точки оказались внутри $2k$ -угольника с выбранными вершинами.
7. На плоскости дан круг. Какое наименьшее количество прямых нужно провести, чтобы, симметрично отражая этот круг относительно этих прямых, можно было за конечное число отражений накрыть им любую заданную точку плоскости?
8. На прямоугольном столе лежат равные картонные квадраты различных цветов со сторонами, параллельными сторонам стола. Если рассмотреть любые n квадратов различных цветов, то какие-нибудь два из них можно прибить к столу одним гвоздем. Докажите, что все квадраты некоторого цвета можно прибить к столу $2n - 2$ гвоздями для а) $n = 2$, б) произвольного натурального n .

1. На квадратном столе со стороной 1 лежат 100 лоскутов, площадь каждого из которых больше $0,99$. Докажите, что на столе существует точка, покрытая всеми лоскутами.
2. На плоскости есть 4 прожектора, каждый из которых может освещать угол в 90° со сторонами, параллельными осям координат. Докажите, что их можно направить так, что они осветят всю плоскость.
3. Какое наибольшее число сторон может быть у многоугольника, все стороны которого лежат на шести прямых?
4. Шесть кругов имеют общую точку. Докажите, что один из них содержит центр некоторого другого.
5. Даны n точек на плоскости, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Через каждую пару точек проведена прямая. Какое наименьшее число попарно непараллельных прямых может быть среди них?
6. Внутри выпуклого стоугольника выбрано k точек, $2 \leq k \leq 50$. Докажите, что можно выбрать $2k$ вершин стоугольника так, чтобы все выбранные точки оказались внутри $2k$ -угольника с выбранными вершинами.
7. На плоскости дан круг. Какое наименьшее количество прямых нужно провести, чтобы, симметрично отражая этот круг относительно этих прямых, можно было за конечное число отражений накрыть им любую заданную точку плоскости?
8. На прямоугольном столе лежат равные картонные квадраты различных цветов со сторонами, параллельными сторонам стола. Если рассмотреть любые n квадратов различных цветов, то какие-нибудь два из них можно прибить к столу одним гвоздем. Докажите, что все квадраты некоторого цвета можно прибить к столу $2n - 2$ гвоздями для а) $n = 2$, б) произвольного натурального n .