

1. Аудитория имеет форму правильного шестиугольника со стороной 3 м. В каждом углу установлен храпометр, определяющий число спящих студентов на расстоянии, не превышающем 3 м. Сколько всего спящих студентов в аудитории, если сумма показаний храпометров равна 7?
2. Алёша написал на доске 5 целых чисел — коэффициенты и корни квадратного трёхчлена. Боря стёр одно из них. Остались числа 2, 3, 4, -5 в каком-то порядке. Восстановите стёртое число и докажите, что было написано именно оно.
3. В клетках таблицы $n \times n$ стоят плюсы и минусы. За один ход разрешается в произвольной строке или в произвольном столбце поменять все знаки на противоположные. Известно, что из начальной расстановки можно получить такую, при которой во всех ячейках стоят плюсы. Докажите, что этого можно добиться не более чем за n ходов.
4. На графике многочлена с целыми коэффициентами отмечены две точки с целыми координатами. Докажите, что если расстояние между ними — целое число, то соединяющий их отрезок параллелен оси абсцисс.
5. В треугольнике ABC проведены биссектрисы BB_1 и CC_1 . Известно, что центр описанной окружности треугольника BB_1C_1 лежит на прямой AC . Найдите угол C треугольника.
6. Дан правильный $4n$ -угольник $A_1A_2 \dots A_{4n}$ площади S , причем $n > 1$. Найдите площадь четырехугольника $A_1A_nA_{n+1}A_{n+2}$.
7. На окружности расставлено n цифр, ни одна из которых не 0. Сеня и Женя переписывают себе в тетрадки $n - 1$ цифру, читая их по часовой стрелке. Оказалось, что хотя они начали с разных мест, записанные ими $(n - 1)$ -значные числа совпали. Докажите, что окружность можно разрезать на несколько дуг так, чтобы записанные на дугах цифры образовывали одинаковые числа.
8. В школе решили провести турнир по настольному теннису между математическими и гуманитарными классами. Команда гуманитарных классов состоит из n человек, команда математических — из m , причем $n \neq m$. Так как стол для игры всего один, было решено играть следующим образом. Сначала какие-то два ученика из разных команд начинают играть между собой, а все остальные участники выстраиваются в одну общую очередь. После каждой игры человек, стоящий в очереди первым, заменяет за столом члена своей команды, который становится в конец очереди. Докажите, что рано или поздно каждый математик сыграет с каждым гуманитарием.

1. Аудитория имеет форму правильного шестиугольника со стороной 3 м. В каждом углу установлен хрпометр, определяющий число спящих студентов на расстоянии, не превышающем 3 м. Сколько всего спящих студентов в аудитории, если сумма показаний хрпометров равна 7?
2. Алёша написал на доске 5 целых чисел — коэффициенты и корни квадратного трёхчлена. Боря стёр одно из них. Остались числа 2, 3, 4, -5 в каком-то порядке. Восстановите стёртое число и докажите, что было написано именно оно.
3. В клетках таблицы $n \times n$ стоят плюсы и минусы. За один ход разрешается в произвольной строке или в произвольном столбце поменять все знаки на противоположные. Известно, что из начальной расстановки можно получить такую, при которой во всех ячейках стоят плюсы. Докажите, что этого можно добиться не более чем за n ходов.
4. На графике многочлена с целыми коэффициентами отмечены две точки с целыми координатами. Докажите, что если расстояние между ними — целое число, то соединяющий их отрезок параллелен оси абсцисс.
5. В треугольнике ABC проведены биссектрисы BB_1 и CC_1 . Известно, что центр описанной окружности треугольника BB_1C_1 лежит на прямой AC . Найдите угол C треугольника.
6. Дан правильный $4n$ -угольник $A_1A_2 \dots A_{4n}$ площади S , причем $n > 1$. Найдите площадь четырехугольника $A_1A_nA_{n+1}A_{n+2}$.
7. На окружности расставлено n цифр, ни одна из которых не 0. Сеня и Женя переписывают себе в тетрадки $n - 1$ цифру, читая их по часовой стрелке. Оказалось, что хотя они начали с разных мест, записанные ими $(n - 1)$ -значные числа совпали. Докажите, что окружность можно разрезать на несколько дуг так, чтобы записанные на дугах цифры образовывали одинаковые числа.
8. В школе решили провести турнир по настольному теннису между математическими и гуманитарными классами. Команда гуманитарных классов состоит из n человек, команда математических — из m , причем $n \neq m$. Так как стол для игры всего один, было решено играть следующим образом. Сначала какие-то два ученика из разных команд начинают играть между собой, а все остальные участники выстраиваются в одну общую очередь. После каждой игры человек, стоящий в очереди первым, заменяет за столом члена своей команды, который становится в конец очереди. Докажите, что рано или поздно каждый математик сыграет с каждым гуманитарием.