10 класс **Письменные задачи** 9 марта 2015

1. Найдите наименьшее натуральное число, не представимое в виде $\frac{2^a-2^b}{2^c-2^d}$, где a, b, c, d – натуральные числа.

2. В таблице $2\times n$ расставлены положительные числа так, что в каждом из n столбцов сумма двух чисел равна 1. Докажите, что можно вычеркнуть по одному числу в каждом столбце так, чтобы в каждой строке сумма оставшихся чисел не превосходила $\frac{n+1}{4}$.

3. На оборотных сторонах 2005 карточек написаны различные числа (на каждой по одному). За один вопрос разрешается указать на любые три карточки и узнать множество чисел, написанных на них. За какое наименьшее число вопросов можно узнать, какие числа записаны на каждой карточке?

4. Окружности ω_B и ω_C – вневписанные для треугольника ABC (т. е. ω_B и ω_C касаются соответственно сторон AC и AB и продолжений двух других сторон). Окружность ω'_B симметрична ω_B относительно середины стороны AC, окружность ω'_C симметрична ω_C относительно середины стороны AB. Докажите, что прямая, проходящая через точки пересечения окружностей ω'_B и ω'_C, делит периметр треугольника ABC пополам.

Всерос не за горами...

10 класс **Письменные задачи** 9 марта 2015

1. Найдите наименьшее натуральное число, не представимое в виде $\frac{2^a-2^b}{2^c-2^d}$, где a, b, c, d – натуральные числа.

2. В таблице $2\times n$ расставлены положительные числа так, что в каждом из n столбцов сумма двух чисел равна 1. Докажите, что можно вычеркнуть по одному числу в каждом столбце так, чтобы в каждой строке сумма оставшихся чисел не превосходила $\frac{n+1}{4}$.

3. На оборотных сторонах 2005 карточек написаны различные числа (на каждой по одному). За один вопрос разрешается указать на любые три карточки и узнать множество чисел, написанных на них. За какое наименьшее число вопросов можно узнать, какие числа записаны на каждой карточке?

4. Окружности ω_B и ω_C – вневписанные для треугольника ABC (т. е. ω_B и ω_C касаются соответственно сторон AC и AB и продолжений двух других сторон). Окружность ω'_B симметрична ω_B относительно середины стороны AC, окружность ω'_C симметрична ω_C относительно середины стороны AB. Докажите, что прямая, проходящая через точки пересечения окружностей ω'_B и ω'_C, делит периметр треугольника ABC пополам.

Всерос не за горами...

10 класс **Письменные задачи** 9 марта 2015

1. Найдите наименьшее натуральное число, не представимое в виде $\frac{2^a-2^b}{2^c-2^d}$, где a, b, c, d – натуральные числа.

2. В таблице $2\times n$ расставлены положительные числа так, что в каждом из n столбцов сумма двух чисел равна 1. Докажите, что можно вычеркнуть по одному числу в каждом столбце так, чтобы в каждой строке сумма оставшихся чисел не превосходила $\frac{n+1}{4}$.

3. На оборотных сторонах 2005 карточек написаны различные числа (на каждой по одному). За один вопрос разрешается указать на любые три карточки и узнать множество чисел, написанных на них. За какое наименьшее число вопросов можно узнать, какие числа записаны на каждой карточке?

4. Окружности ω_B и ω_C – вневписанные для треугольника ABC (т. е. ω_B и ω_C касаются соответственно сторон AC и AB и продолжений двух других сторон). Окружность ω'_B симметрична ω_B относительно середины стороны AC, окружность ω'_C симметрична ω_C относительно середины стороны AB. Докажите, что прямая, проходящая через точки пересечения окружностей ω'_B и ω'_C, делит периметр треугольника ABC пополам.

Всерос не за горами...