

1. Докажите, что проекция диаметра описанной окружности, перпендикулярного первой стороне треугольника, на прямую, содержащую вторую сторону, равна по длине третьей стороне.
2. Прямоугольный треугольник ABC с прямым углом A движется так, что его вершины B и C скользят по сторонам данного прямого угла. Докажите, что точка A движется по отрезку, и найдите его длину, если длины катетов равны a и b .
3. На меньшей дуге AB описанной окружности правильного треугольника ABC отмечена точка X . Докажите, что $CX = AX + BX$.
4. В остроугольном треугольнике ABC на высоте BB_1 как на диаметре построена окружность, пересекающая стороны AB и BC в точках C_1 и A_1 соответственно. Касательные в точках C_1 и A_1 пересекаются в точке M . Докажите, что BM делит AC пополам.
5. Две перпендикулярные прямые l и m пересекаются в точке P так, что они разбивают окружность на три дуги PA , AB и BP . Отметим на каждой дуге такие точки R , S и T , что проведенная в этих точках касательная к окружности пересекается с прямыми l и m в точках, равноудаленных от точки касания. Докажите, что R , S , T — вершины правильного треугольника.
6. Дан остроугольный треугольник ABC . Точки B_1 и C_1 симметричны точкам B и C относительно прямых AC и AB . Пусть P — вторая точка пересечения описанных окружностей треугольников ABB_1 и ACC_1 . Докажите, что прямая AP проходит через центр описанной окружности треугольника ABC .
7. В треугольнике ABC угол при вершине B вдвое больше угла при вершине C . Окружность с центром в точке A и радиусом AB пересекает серединный перпендикуляр к отрезку BC в точке P (внутри треугольника). Докажите, что угол PAC в три раза меньше угла BAC .
8. $ABCD$ - ромб, точка P внутри него, но не лежит ни на одной диагонали, O - точка пересечения диагоналей ромба. Точки M , N , R , Q - это проекции точки P на стороны AB , BC , CD , DA соответственно. Серединные перпендикуляры к отрезкам MN и RQ пересекаются в точке S , а серединные перпендикуляры к отрезкам NR и MQ пересекаются в точке T . Докажите, что $PSOT$ - прямоугольник.

1. Докажите, что проекция диаметра описанной окружности, перпендикулярного первой стороне треугольника, на прямую, содержащую вторую сторону, равна по длине третьей стороне.
2. Прямоугольный треугольник ABC с прямым углом A движется так, что его вершины B и C скользят по сторонам данного прямого угла. Докажите, что точка A движется по отрезку, и найдите его длину, если длины катетов равны a и b .
3. На меньшей дуге AB описанной окружности правильного треугольника ABC отмечена точка X . Докажите, что $CX = AX + BX$.
4. В остроугольном треугольнике ABC на высоте BB_1 как на диаметре построена окружность, пересекающая стороны AB и BC в точках C_1 и A_1 соответственно. Касательные в точках C_1 и A_1 пересекаются в точке M . Докажите, что BM делит AC пополам.
5. Две перпендикулярные прямые l и m пересекаются в точке P так, что они разбивают окружность на три дуги PA , AB и BP . Отметим на каждой дуге такие точки R , S и T , что проведенная в этих точках касательная к окружности пересекается с прямыми l и m в точках, равноудаленных от точки касания. Докажите, что R , S , T — вершины правильного треугольника.
6. Дан остроугольный треугольник ABC . Точки B_1 и C_1 симметричны точкам B и C относительно прямых AC и AB . Пусть P — вторая точка пересечения описанных окружностей треугольников ABB_1 и ACC_1 . Докажите, что прямая AP проходит через центр описанной окружности треугольника ABC .
7. В треугольнике ABC угол при вершине B вдвое больше угла при вершине C . Окружность с центром в точке A и радиусом AB пересекает серединный перпендикуляр к отрезку BC в точке P (внутри треугольника). Докажите, что угол PAC в три раза меньше угла BAC .
8. $ABCD$ - ромб, точка P внутри него, но не лежит ни на одной диагонали, O - точка пересечения диагоналей ромба. Точки M , N , R , Q - это проекции точки P на стороны AB , BC , CD , DA соответственно. Серединные перпендикуляры к отрезкам MN и RQ пересекаются в точке S , а серединные перпендикуляры к отрезкам NR и MQ пересекаются в точке T . Докажите, что $PSOT$ - прямоугольник.