10 класс | **Добавка** | 22 января 2015

1. На доске выписано несколько ненулевых действительных чисел. Докажите, что среди них найдётся такое, для которого среди выписанных нет числа ни втрое большего, ни вдвое меньшего.

2. $ABCD$ – равнобокая трапеция ($BC||AD$), E – точка дуги AD описанной вокруг неё окружности. Из точек A и D опустили перпендикуляры на прямые BE и CE. Докажите, что основания этих четырёх перпендикуляров лежат на одной окружности.

3. В связном графе $2n$ вершин, причём все они степени 3. Докажите, что можно выбрать $n+1$ рёбер так, чтобы правильная раскраска в 3 цвета выбранных рёбер однозначно задавала правильную раскраску в три цвета всех рёбер графа (раскраска называется *правильной*, если любые два ребра с общей вершиной окрашены в разные цвета).

4. Даны числа $x, y, z \in (2;4)$. Докажите неравенство $\frac{x}{y^2-z}+\frac{y}{z^2-x}+\frac{z}{x^2-y}>1$.

5. Найдите все непрерывные функции $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ такие, что для всех действительных x выполнено равенство

$$f(\sin\pi x)=f(x)\cdot cos\pi x\ .$$

10 класс | **Добавка** | 22 января 2015

1. На доске выписано несколько ненулевых действительных чисел. Докажите, что среди них найдётся такое, для которого среди выписанных нет числа ни втрое большего, ни вдвое меньшего.

2. $ABCD$ – равнобокая трапеция ($BC||AD$), E – точка дуги AD описанной вокруг неё окружности. Из точек A и D опустили перпендикуляры на прямые BE и CE. Докажите, что основания этих четырёх перпендикуляров лежат на одной окружности.

3. В связном графе $2n$ вершин, причём все они степени 3. Докажите, что можно выбрать $n+1$ рёбер так, чтобы правильная раскраска в 3 цвета выбранных рёбер однозначно задавала правильную раскраску в три цвета всех рёбер графа (раскраска называется *правильной*, если любые два ребра с общей вершиной окрашены в разные цвета).

4. Даны числа $x, y, z \in (2;4)$. Докажите неравенство $\frac{x}{y^2-z}+\frac{y}{z^2-x}+\frac{z}{x^2-y}>1$.

5. Найдите все непрерывные функции $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ такие, что для всех действительных x выполнено равенство

$$f(\sin\pi x)=f(x)\cdot cos\pi x\ .$$

10 класс | **Добавка** | 22 января 2015

1. На доске выписано несколько ненулевых действительных чисел. Докажите, что среди них найдётся такое, для которого среди выписанных нет числа ни втрое большего, ни вдвое меньшего.

2. $ABCD$ – равнобокая трапеция ($BC||AD$), E – точка дуги AD описанной вокруг неё окружности. Из точек A и D опустили перпендикуляры на прямые BE и CE. Докажите, что основания этих четырёх перпендикуляров лежат на одной окружности.

3. В связном графе $2n$ вершин, причём все они степени 3. Докажите, что можно выбрать $n+1$ рёбер так, чтобы правильная раскраска в 3 цвета выбранных рёбер однозначно задавала правильную раскраску в три цвета всех рёбер графа (раскраска называется *правильной*, если любые два ребра с общей вершиной окрашены в разные цвета).

4. Даны числа $x, y, z \in (2;4)$. Докажите неравенство $\frac{x}{y^2-z}+\frac{y}{z^2-x}+\frac{z}{x^2-y}>1$.

5. Найдите все непрерывные функции $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ такие, что для всех действительных x выполнено равенство

$$f(\sin\pi x)=f(x)\cdot cos\pi x\ .$$