10 класс — **Письменные задачи** — 19 января 2015

1. В стране N городов. Между любыми двумя из них проложена либо автомобильная, либо железная дорога. Турист хочет объехать страну, побывав в каждом городе ровно один раз, и вернуться в город, с которого он начинал путешествие. Докажите, что турист может выбрать город, с которого он начнёт путешествие, и маршрут так, что ему придётся поменять вид транспорта не более одного раза.

2. Последовательность натуральных чисел a_n строится следующим образом: a_0 – некоторое натуральное число; $a_{n+1} = \frac{a_n}{5}$, если a_n делится на 5; $a_{n+1} = [\sqrt{5}a_n]$, если a_n не делится на 5. Докажите, что начиная с некоторого члена последовательность a_n возрастает.

3. В треугольнике ABC через O и I обозначены центры соответственно описанной и вписанной окружностей. Вневписанная окружность ω_a касается продолжений сторон AB и AC соответственно в точках K и M, а стороны BC – в точке N. Известно, что середина P отрезка KM лежит на описанной окружности треугольника ABC. Докажите, что точки O, N и I лежат на одной прямой.

4. Найдите наибольшее натуральное число N такое, что для произвольной расстановки различных натуральных чисел от 1 до 400 в клетках квадратной таблицы 20×20 найдутся два числа, стоящих в одной строке или одном столбце, разность которых будет не меньше N.

10 класс — **Письменные задачи** — 19 января 2015

1. В стране N городов. Между любыми двумя из них проложена либо автомобильная, либо железная дорога. Турист хочет объехать страну, побывав в каждом городе ровно один раз, и вернуться в город, с которого он начинал путешествие. Докажите, что турист может выбрать город, с которого он начнёт путешествие, и маршрут так, что ему придётся поменять вид транспорта не более одного раза.

2. Последовательность натуральных чисел a_n строится следующим образом: a_0 – некоторое натуральное число; $a_{n+1} = \frac{a_n}{5}$, если a_n делится на 5; $a_{n+1} = [\sqrt{5}a_n]$, если a_n не делится на 5. Докажите, что начиная с некоторого члена последовательность a_n возрастает.

3. В треугольнике ABC через O и I обозначены центры соответственно описанной и вписанной окружностей. Вневписанная окружность ω_a касается продолжений сторон AB и AC соответственно в точках K и M, а стороны BC – в точке N. Известно, что середина P отрезка KM лежит на описанной окружности треугольника ABC. Докажите, что точки O, N и I лежат на одной прямой.

4. Найдите наибольшее натуральное число N такое, что для произвольной расстановки различных натуральных чисел от 1 до 400 в клетках квадратной таблицы 20×20 найдутся два числа, стоящих в одной строке или одном столбце, разность которых будет не меньше N.

10 класс — **Письменные задачи** — 19 января 2015

1. В стране N городов. Между любыми двумя из них проложена либо автомобильная, либо железная дорога. Турист хочет объехать страну, побывав в каждом городе ровно один раз, и вернуться в город, с которого он начинал путешествие. Докажите, что турист может выбрать город, с которого он начнёт путешествие, и маршрут так, что ему придётся поменять вид транспорта не более одного раза.

2. Последовательность натуральных чисел a_n строится следующим образом: a_0 – некоторое натуральное число; $a_{n+1} = \frac{a_n}{5}$, если a_n делится на 5; $a_{n+1} = [\sqrt{5}a_n]$, если a_n не делится на 5. Докажите, что начиная с некоторого члена последовательность a_n возрастает.

3. В треугольнике ABC через O и I обозначены центры соответственно описанной и вписанной окружностей. Вневписанная окружность ω_a касается продолжений сторон AB и AC соответственно в точках K и M, а стороны BC – в точке N. Известно, что середина P отрезка KM лежит на описанной окружности треугольника ABC. Докажите, что точки O, N и I лежат на одной прямой.

4. Найдите наибольшее натуральное число N такое, что для произвольной расстановки различных натуральных чисел от 1 до 400 в клетках квадратной таблицы 20×20 найдутся два числа, стоящих в одной строке или одном столбце, разность которых будет не меньше N.