10 класс — **Разнобой** — 12 января 2015

1. Натуральные числа от 1 до 100 разложили в три коробки. Докажите, что найдутся два числа из одной коробки, разность которых – точный квадрат.

2. В волейбольном турнире участвовало 2^k команд, причём каждая сыграла с каждой. Докажите, что найдутся k команд со следующим условием: если среди них одна выиграла некоторую вторую, а эта вторая выиграла некоторую третью, то и первая выиграла третью.

3. Вписанная окружность треугольника ABC касается сторон AB, AC, BC в точках C_1, B_1, A_1 соответственно. Докажите, что средние линии треугольников A_1CB_1 и A_1BC_1 соответственно параллельные сторонам A_1B_1 и A_1C_1, а также серединный перпендикуляр к BC, пересекаются в одной точке.

4. Многочлен $P(x)$ с целыми коэффициентами таков, что при любых натуральных m и n число $P(m+n)$ делится хотя бы на одно из чисел: m или n. Докажите, что $P(x)$ – нулевой многочлен.

5. Два кота украли 2015 сосисок, соединённых в 99 цепочек (цепочек из одной сосиски нет). Каждый из них своим ходом может перекусить перемычку между двумя сосисками и съесть все образовавшиеся одиночные сосиски. Выигрывает съевший больше сосисок. Кто выигрывает при правильной игре?

6. В правильном треугольнике ABC со стороной 1 выбрана точка P. Докажите, что $PA+PB+PC \leqslant 2$.

10 класс — **Разнобой** — 12 января 2015

1. Натуральные числа от 1 до 100 разложили в три коробки. Докажите, что найдутся два числа из одной коробки, разность которых – точный квадрат.

2. В волейбольном турнире участвовало 2^k команд, причём каждая сыграла с каждой. Докажите, что найдутся k команд со следующим условием: если среди них одна выиграла некоторую вторую, а эта вторая выиграла некоторую третью, то и первая выиграла третью.

3. Вписанная окружность треугольника ABC касается сторон AB, AC, BC в точках C_1, B_1, A_1 соответственно. Докажите, что средние линии треугольников A_1CB_1 и A_1BC_1 соответственно параллельные сторонам A_1B_1 и A_1C_1, а также серединный перпендикуляр к BC, пересекаются в одной точке.

4. Многочлен $P(x)$ с целыми коэффициентами таков, что при любых натуральных m и n число $P(m+n)$ делится хотя бы на одно из чисел: m или n. Докажите, что $P(x)$ – нулевой многочлен.

5. Два кота украли 2015 сосисок, соединённых в 99 цепочек (цепочек из одной сосиски нет). Каждый из них своим ходом может перекусить перемычку между двумя сосисками и съесть все образовавшиеся одиночные сосиски. Выигрывает съевший больше сосисок. Кто выигрывает при правильной игре?

6. В правильном треугольнике ABC со стороной 1 выбрана точка P. Докажите, что $PA+PB+PC \leqslant 2$.

10 класс — **Разнобой** — 12 января 2015

1. Натуральные числа от 1 до 100 разложили в три коробки. Докажите, что найдутся два числа из одной коробки, разность которых – точный квадрат.

2. В волейбольном турнире участвовало 2^k команд, причём каждая сыграла с каждой. Докажите, что найдутся k команд со следующим условием: если среди них одна выиграла некоторую вторую, а эта вторая выиграла некоторую третью, то и первая выиграла третью.

3. Вписанная окружность треугольника ABC касается сторон AB, AC, BC в точках C_1, B_1, A_1 соответственно. Докажите, что средние линии треугольников A_1CB_1 и A_1BC_1 соответственно параллельные сторонам A_1B_1 и A_1C_1, а также серединный перпендикуляр к BC, пересекаются в одной точке.

4. Многочлен $P(x)$ с целыми коэффициентами таков, что при любых натуральных m и n число $P(m+n)$ делится хотя бы на одно из чисел: m или n. Докажите, что $P(x)$ – нулевой многочлен.

5. Два кота украли 2015 сосисок, соединённых в 99 цепочек (цепочек из одной сосиски нет). Каждый из них своим ходом может перекусить перемычку между двумя сосисками и съесть все образовавшиеся одиночные сосиски. Выигрывает съевший больше сосисок. Кто выигрывает при правильной игре?

6. В правильном треугольнике ABC со стороной 1 выбрана точка P. Докажите, что $PA+PB+PC \leqslant 2$.