

1. Сумма положительных чисел  $a, b, c$  равна 3. Докажите, что  $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} \geq ab + bc + ac$ .
2. Имеются одна красная и  $k$  ( $k > 1$ ) синих ячеек, а также колода из  $2n$  карт, занумерованных числами от 1 до  $2n$ . Первоначально вся колода лежит в произвольном порядке в красной ячейке. Из любой ячейки можно взять верхнюю карту и переложить её либо в пустую ячейку, либо поверх карты с номером, большим на единицу. При каком наибольшем  $n$  можно такими операциями переложить всю колоду в одну из синих ячеек?
3. Пусть  $A'$  – точка касания вневписанной окружности треугольника  $ABC$  со стороной  $BC$ . Прямая  $a$  проходит через точку  $A'$  и параллельна биссектрисе внутреннего угла  $A$ . Аналогично строятся прямые  $b$  и  $c$ . Докажите, что  $a, b$  и  $c$  пересекаются в одной точке.
4. На плоскости взято конечное число красных и синих прямых, среди которых нет параллельных, так, что через любую точку пересечения одноцветных прямых проходит прямая другого цвета. Докажите, что все прямые проходят через одну точку.

1. Сумма положительных чисел  $a, b, c$  равна 3. Докажите, что  $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} \geq ab + bc + ac$ .
2. Имеются одна красная и  $k$  ( $k > 1$ ) синих ячеек, а также колода из  $2n$  карт, занумерованных числами от 1 до  $2n$ . Первоначально вся колода лежит в произвольном порядке в красной ячейке. Из любой ячейки можно взять верхнюю карту и переложить её либо в пустую ячейку, либо поверх карты с номером, большим на единицу. При каком наибольшем  $n$  можно такими операциями переложить всю колоду в одну из синих ячеек?
3. Пусть  $A'$  – точка касания вневписанной окружности треугольника  $ABC$  со стороной  $BC$ . Прямая  $a$  проходит через точку  $A'$  и параллельна биссектрисе внутреннего угла  $A$ . Аналогично строятся прямые  $b$  и  $c$ . Докажите, что  $a, b$  и  $c$  пересекаются в одной точке.
4. На плоскости взято конечное число красных и синих прямых, среди которых нет параллельных, так, что через любую точку пересечения одноцветных прямых проходит прямая другого цвета. Докажите, что все прямые проходят через одну точку.

1. Сумма положительных чисел  $a, b, c$  равна 3. Докажите, что  $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} \geq ab + bc + ac$ .
2. Имеются одна красная и  $k$  ( $k > 1$ ) синих ячеек, а также колода из  $2n$  карт, занумерованных числами от 1 до  $2n$ . Первоначально вся колода лежит в произвольном порядке в красной ячейке. Из любой ячейки можно взять верхнюю карту и переложить её либо в пустую ячейку, либо поверх карты с номером, большим на единицу. При каком наибольшем  $n$  можно такими операциями переложить всю колоду в одну из синих ячеек?
3. Пусть  $A'$  – точка касания вневписанной окружности треугольника  $ABC$  со стороной  $BC$ . Прямая  $a$  проходит через точку  $A'$  и параллельна биссектрисе внутреннего угла  $A$ . Аналогично строятся прямые  $b$  и  $c$ . Докажите, что  $a, b$  и  $c$  пересекаются в одной точке.
4. На плоскости взято конечное число красных и синих прямых, среди которых нет параллельных, так, что через любую точку пересечения одноцветных прямых проходит прямая другого цвета. Докажите, что все прямые проходят через одну точку.