

1. Докажите, что миллионом внутренностей парабол невозможно покрыть плоскость.
2. Докажите, что существует число, представимое в виде суммы трёх точных квадратов не менее чем миллионом способов.
3. а) Плоскость покрыта конечным числом внутренностей углов. Докажите, что сумма их градусных мер не меньше 360° .
б) Верно ли утверждение пункта а), если углов — бесконечно много?
4. **Лемма Минковского.** Дана выпуклая центрально-симметричная фигура площади больше 4 с центром в целой точке. Докажите, что она содержит целую точку, отличную от центра.
5. Из клетчатой плоскости вырезали все клетки, у которых обе координаты делятся на 100. Докажите, что оставшееся поле нельзя обойти шахматным конём.
6. Докажите, что равными выпуклыми 7-угольниками невозможно покрыть плоскость без наложений.
7. Существует ли квадратный трёхчлен, который во всех натуральных точках принимает степени натуральных чисел не ниже третьей?
8. На плоскости дана клякса — замкнутая ограниченная фигура. Каждую секунду к кляксе добавляется точка, если клякса содержит хотя бы половину площади единичного круга с центром в этой точке, и удаляется, если клякса содержит меньше половины площади единичного круга. Может ли через некоторое время площадь кляксы вырасти более чем в тысячу раз по сравнению с первоначальной площадью?

1. Докажите, что миллионом внутренностей парабол невозможно покрыть плоскость.
2. Докажите, что существует число, представимое в виде суммы трёх точных квадратов не менее чем миллионом способов.
3. а) Плоскость покрыта конечным числом внутренностей углов. Докажите, что сумма их градусных мер не меньше 360° .
б) Верно ли утверждение пункта а), если углов — бесконечно много?
4. **Лемма Минковского.** Дана выпуклая центрально-симметричная фигура площади больше 4 с центром в целой точке. Докажите, что она содержит целую точку, отличную от центра.
5. Из клетчатой плоскости вырезали все клетки, у которых обе координаты делятся на 100. Докажите, что оставшееся поле нельзя обойти шахматным конём.
6. Докажите, что равными выпуклыми 7-угольниками невозможно покрыть плоскость без наложений.
7. Существует ли квадратный трёхчлен, который во всех натуральных точках принимает степени натуральных чисел не ниже третьей?
8. На плоскости дана клякса — замкнутая ограниченная фигура. Каждую секунду к кляксе добавляется точка, если клякса содержит хотя бы половину площади единичного круга с центром в этой точке, и удаляется, если клякса содержит меньше половины площади единичного круга. Может ли через некоторое время площадь кляксы вырасти более чем в тысячу раз по сравнению с первоначальной площадью?