

Дан треугольник ABC . Рассмотрим окружность ω_A , которая касается сторон AB и AC в точках C_1 и B_1 , а описанной окружности треугольника ABC в точке P_A . Назовем ее *полувписанной*. Пусть A' , B' и C' — середины дуг BC , AC и AB .

1. Докажите, что точки P_A , B_1 и B' лежат на одной прямой.
2. Докажите, что P_AA — симедиана треугольника $P_AB'C'$, а P_AA'' — медиана треугольника $P_AB'C'$, где A'' — середина дуги BAC .
3. Докажите, что точки P_A , I и A'' лежат на одной прямой.
4. Докажите, что четырехугольник P_AIC_1B вписанный, причем его описанная окружность касается прямой CC' .
5. Докажите, что точка I является серединой отрезка B_1C_1 .
6. Докажите, что прямые B_1C_1 , BC и P_AA' пересекаются в одной точке Y_A .
7. Определим точки Y_B и Y_C аналогично. Докажите, что Y_A , Y_B , Y_C лежат на одной прямой.
8. Определим точки P_B и P_C аналогично. Докажите, что AP_A , BP_B и CP_C пересекаются в одной точке.
9. В треугольнике ABC точки A_1 и B_1 — основания высот из вершин A и B соответственно, P — точка пересечения описанных окружностей треугольников ABC и A_1B_1C , K — точка пересечения касательных к описанной окружности треугольника ABC в точках A и B , M и N — их точки пересечения с прямой A_1B_1 . Докажите, что описанные окружности треугольников ABC и KMN касаются в точке P .

Дан треугольник ABC . Рассмотрим окружность ω_A , которая касается сторон AB и AC в точках C_1 и B_1 , а описанной окружности треугольника ABC в точке P_A . Назовем ее *полувписанной*. Пусть A' , B' и C' — середины дуг BC , AC и AB .

1. Докажите, что точки P_A , B_1 и B' лежат на одной прямой.
2. Докажите, что P_AA — симедиана треугольника $P_AB'C'$, а P_AA'' — медиана треугольника $P_AB'C'$, где A'' — середина дуги BAC .
3. Докажите, что точки P_A , I и A'' лежат на одной прямой.
4. Докажите, что четырехугольник P_AIC_1B вписанный, причем его описанная окружность касается прямой CC' .
5. Докажите, что точка I является серединой отрезка B_1C_1 .
6. Докажите, что прямые B_1C_1 , BC и P_AA' пересекаются в одной точке Y_A .
7. Определим точки Y_B и Y_C аналогично. Докажите, что Y_A , Y_B , Y_C лежат на одной прямой.
8. Определим точки P_B и P_C аналогично. Докажите, что AP_A , BP_B и CP_C пересекаются в одной точке.
9. В треугольнике ABC точки A_1 и B_1 — основания высот из вершин A и B соответственно, P — точка пересечения описанных окружностей треугольников ABC и A_1B_1C , K — точка пересечения касательных к описанной окружности треугольника ABC в точках A и B , M и N — их точки пересечения с прямой A_1B_1 . Докажите, что описанные окружности треугольников ABC и KMN касаются в точке P .