

1. На доске  $8 \times 8$  стоит 50 фишек. Разрешается выбрать квадрат  $2 \times 2$ , в котором стоит единственная фишка, и снять её. Докажите, что снять все фишки ну никак не получится.
2. Докажите, что следующие две гипотезы равносильны:
  - (i) существует бесконечно много пар простых чисел с разностью 2;
  - (ii) существует бесконечно много натуральных чисел, не представимых в виде  $buv \pm u \pm v$  ни при каких натуральных  $u, v$  и ни при каком выборе знаков.
3. Многочлен  $x^{2014} + y^{2014}$  представили в виде многочлена от переменных  $u = x + y$  и  $v = xy$ . Найдите сумму коэффициентов этого многочлена.
4. Вписанная окружность треугольника  $ABC$  касается его сторон  $AB, BC, AC$  в точках  $C_1, A_1, B_1$  соответственно. Биссектриса угла  $A$  пересекает прямую  $A_1C_1$  в точке  $P$ , а биссектриса угла  $B$  пересекает прямую  $B_1C_1$  в точке  $Q$ . Докажите, что прямая  $PQ$  пересекает сторону  $AC$  в её середине.

1. На доске  $8 \times 8$  стоит 50 фишек. Разрешается выбрать квадрат  $2 \times 2$ , в котором стоит единственная фишка, и снять её. Докажите, что снять все фишки ну никак не получится.
2. Докажите, что следующие две гипотезы равносильны:
  - (i) существует бесконечно много пар простых чисел с разностью 2;
  - (ii) существует бесконечно много натуральных чисел, не представимых в виде  $buv \pm u \pm v$  ни при каких натуральных  $u, v$  и ни при каком выборе знаков.
3. Многочлен  $x^{2014} + y^{2014}$  представили в виде многочлена от переменных  $u = x + y$  и  $v = xy$ . Найдите сумму коэффициентов этого многочлена.
4. Вписанная окружность треугольника  $ABC$  касается его сторон  $AB, BC, AC$  в точках  $C_1, A_1, B_1$  соответственно. Биссектриса угла  $A$  пересекает прямую  $A_1C_1$  в точке  $P$ , а биссектриса угла  $B$  пересекает прямую  $B_1C_1$  в точке  $Q$ . Докажите, что прямая  $PQ$  пересекает сторону  $AC$  в её середине.

1. На доске  $8 \times 8$  стоит 50 фишек. Разрешается выбрать квадрат  $2 \times 2$ , в котором стоит единственная фишка, и снять её. Докажите, что снять все фишки ну никак не получится.
2. Докажите, что следующие две гипотезы равносильны:
  - (i) существует бесконечно много пар простых чисел с разностью 2;
  - (ii) существует бесконечно много натуральных чисел, не представимых в виде  $buv \pm u \pm v$  ни при каких натуральных  $u, v$  и ни при каком выборе знаков.
3. Многочлен  $x^{2014} + y^{2014}$  представили в виде многочлена от переменных  $u = x + y$  и  $v = xy$ . Найдите сумму коэффициентов этого многочлена.
4. Вписанная окружность треугольника  $ABC$  касается его сторон  $AB, BC, AC$  в точках  $C_1, A_1, B_1$  соответственно. Биссектриса угла  $A$  пересекает прямую  $A_1C_1$  в точке  $P$ , а биссектриса угла  $B$  пересекает прямую  $B_1C_1$  в точке  $Q$ . Докажите, что прямая  $PQ$  пересекает сторону  $AC$  в её середине.