

1. По кругу стоят 2015 натуральных чисел, сумма которых равна 9068. Докажите, что среди них есть четыре идущих подряд числа, сумма которых больше 18.
2. Дан остроугольный треугольник ABC такой, что $\angle B = 60^\circ$. Его высоты AD и CE пересекаются в точке H . Докажите, что центр описанной окружности ABC лежит на биссектрисе угла $\angle CHD$.
3. Натуральные числа m и n таковы, что $m^2 + n^2 + m \div mn$. Докажите, что m – точный квадрат.
4. На плоскости нарисовано n парабол. На какое наибольшее количество областей они могут делить плоскость?
5. Углы AOB и COD совмещаются поворотом так, что луч OA совмещается с лучом OC , а луч OB совмещается с лучом OD . В них вписаны окружности, пересекающиеся в точках E и F . Докажите, что $\angle AOE = \angle DOF$.
6. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} xy + xz + yz = 1, \\ 3(x + \frac{1}{x}) = 4(y + \frac{1}{y}) = 5(z + \frac{1}{z}). \end{cases}$$

7. а) Компания "Долгострой" строит дорогу между Курганом и Москвой, расстояние между которыми 100500 км. В первый день работы она построила 1 км дороги. Если за первые n дней работы построено x км дороги, то в $(n + 1)$ -й день строится $1/x$ км дороги. Достроят ли когда-нибудь эту дорогу?
- б) Пусть за 2014 дней построили S км дороги. Найдите $[S]$.
8. * Дан полный ориентированный граф. Докажите, что число гамильтоновых путей в нём нечётно.

1. По кругу стоят 2015 натуральных чисел, сумма которых равна 9068. Докажите, что среди них есть четыре идущих подряд числа, сумма которых больше 18.
2. Дан остроугольный треугольник ABC такой, что $\angle B = 60^\circ$. Его высоты AD и CE пересекаются в точке H . Докажите, что центр описанной окружности ABC лежит на биссектрисе угла $\angle CHD$.
3. Натуральные числа m и n таковы, что $m^2 + n^2 + m \div mn$. Докажите, что m – точный квадрат.
4. На плоскости нарисовано n парабол. На какое наибольшее количество областей они могут делить плоскость?
5. Углы AOB и COD совмещаются поворотом так, что луч OA совмещается с лучом OC , а луч OB совмещается с лучом OD . В них вписаны окружности, пересекающиеся в точках E и F . Докажите, что $\angle AOE = \angle DOF$.
6. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} xy + xz + yz = 1, \\ 3(x + \frac{1}{x}) = 4(y + \frac{1}{y}) = 5(z + \frac{1}{z}). \end{cases}$$

7. а) Компания "Долгострой" строит дорогу между Курганом и Москвой, расстояние между которыми 100500 км. В первый день работы она построила 1 км дороги. Если за первые n дней работы построено x км дороги, то в $(n + 1)$ -й день строится $1/x$ км дороги. Достроят ли когда-нибудь эту дорогу?
- б) Пусть за 2014 дней построили S км дороги. Найдите $[S]$.
8. * Дан полный ориентированный граф. Докажите, что число гамильтоновых путей в нём нечётно.