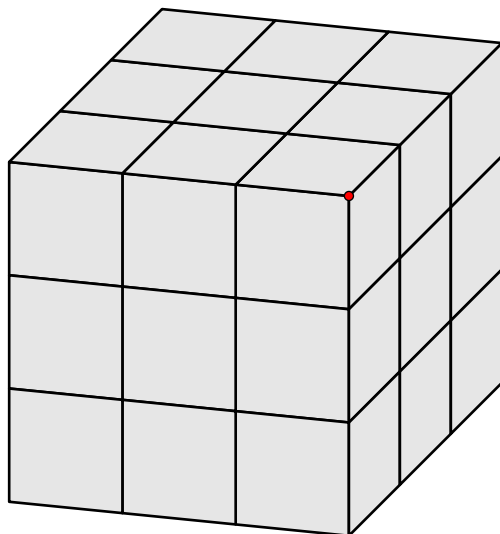
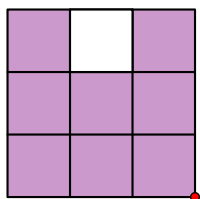


Дистанционный отбор на кружок ЦПМ 8 класса

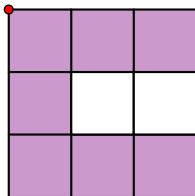
Задача 1.1. Куб $3 \times 3 \times 3$ собран из кубиков $1 \times 1 \times 1$. Вот чёрно-белый рисунок куба.



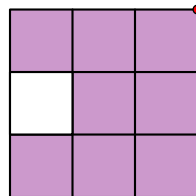
В реальности все кубики $1 \times 1 \times 1$ одного из двух типов: розовые или прозрачные. Петя зарисовал, как выглядит куб сверху, справа и спереди: на его рисунке клетка 1×1 закрашена розовым, если в соответствующем столбике из трёх кубиков хотя бы один из кубиков — розовый.



Сверху



Справа



Спереди

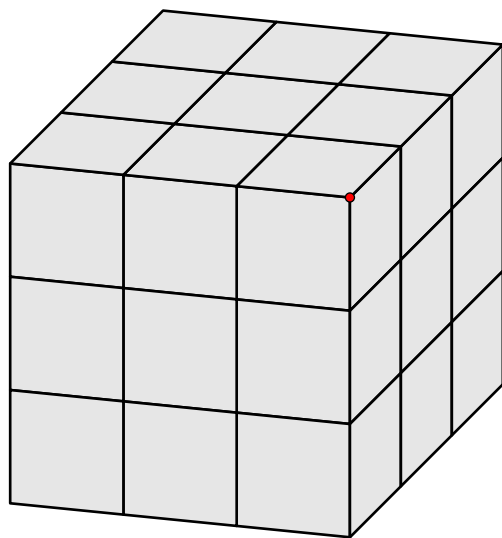
(Одна вершина куба отмечена красным для того, чтобы было понятно, как ориентированы рисунки.)

Какое наибольшее число розовых кубиков могло быть в кубе $3 \times 3 \times 3$?

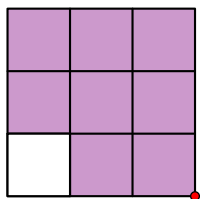
Ответ: 18.

Решение. Посчитаем, сколько кубиков точно прозрачные. Вид справа дает нам 6 прозрачных кубиков в среднем слое по высоте, не находящиеся на передней грани. Вид спереди добавляет 1 прозрачный кубик на передней грани, остальные два уже посчитаны выше. И вид сверху добавляет еще два прозрачных кубика: все уже посчитанные кубики находятся в среднем слое по высоте, а для такого вида сверху нужен еще как минимум 1 кубик сверху прозрачный и 1 снизу. Таким образом, прозрачных кубиков как минимум 9, а розовых как максимум $27 - 9 = 18$. Если сделать прозрачными ровно указанные в решении 9 кубиков, то нетрудно заметить, что получаются ровно такие виды сверху, справа и спереди, как указано в условии. $\square$

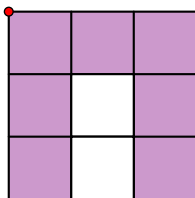
Задача 1.2. Куб $3 \times 3 \times 3$ собран из кубиков $1 \times 1 \times 1$. Вот чёрно-белый рисунок куба.



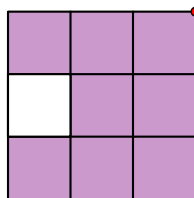
В реальности все кубики $1 \times 1 \times 1$ одного из двух типов: розовые или прозрачные. Петя зарисовал, как выглядит куб сверху, справа и спереди: на его рисунке клетка 1×1 закрашена розовым, если в соответствующем столбике из трёх кубиков хотя бы один из кубиков — розовый.



Сверху



Справа



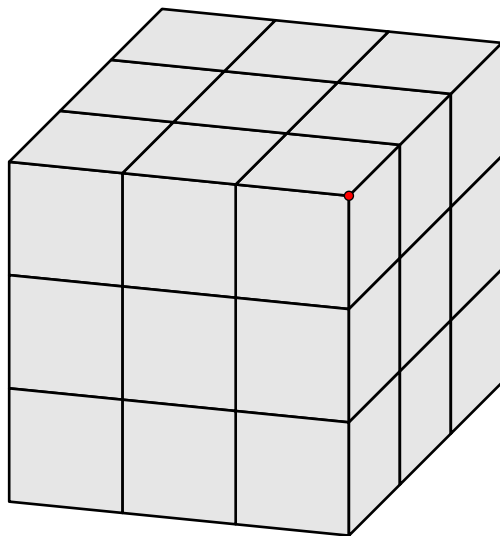
Спереди

(Одна вершина куба отмечена красным для того, чтобы было понятно, как ориентированы рисунки.)

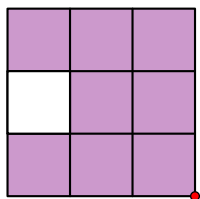
Какое наибольшее число розовых кубиков могло быть в кубе $3 \times 3 \times 3$?

Ответ: 17.

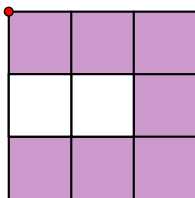
Задача 1.3. Куб $3 \times 3 \times 3$ собран из кубиков $1 \times 1 \times 1$. Вот чёрно-белый рисунок куба.



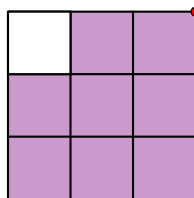
В реальности все кубики $1 \times 1 \times 1$ одного из двух типов: розовые или прозрачные. Петя зарисовал, как выглядит куб сверху, справа и спереди: на его рисунке клетка 1×1 закрашена розовым, если в соответствующем столбике из трёх кубиков хотя бы один из кубиков — розовый.



Сверху



Справа



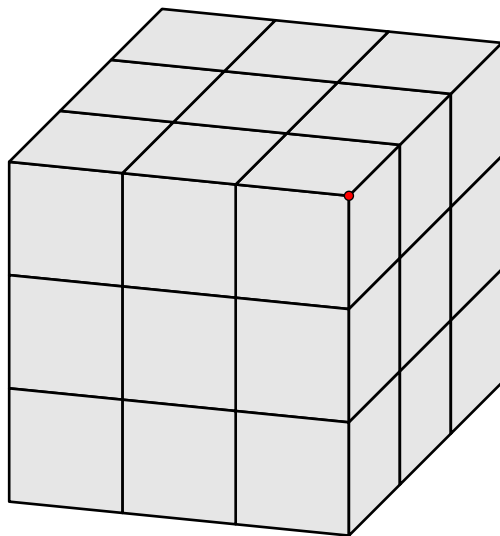
Спереди

(Одна вершина куба отмечена красным для того, чтобы было понятно, как ориентированы рисунки.)

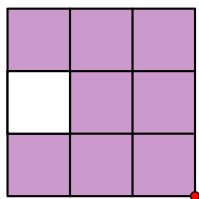
Какое наибольшее число розовых кубиков могло быть в кубе $3 \times 3 \times 3$?

Ответ: 17.

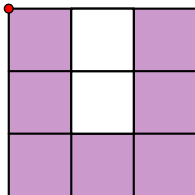
Задача 1.4. Куб $3 \times 3 \times 3$ собран из кубиков $1 \times 1 \times 1$. Вот чёрно-белый рисунок куба.



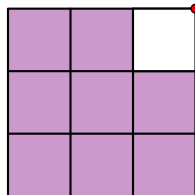
В реальности все кубики $1 \times 1 \times 1$ одного из двух типов: розовые или прозрачные. Петя зарисовал, как выглядит куб сверху, справа и спереди: на его рисунке клетка 1×1 закрашена розовым, если в соответствующем столбике из трёх кубиков хотя бы один из кубиков — розовый.



Сверху



Справа



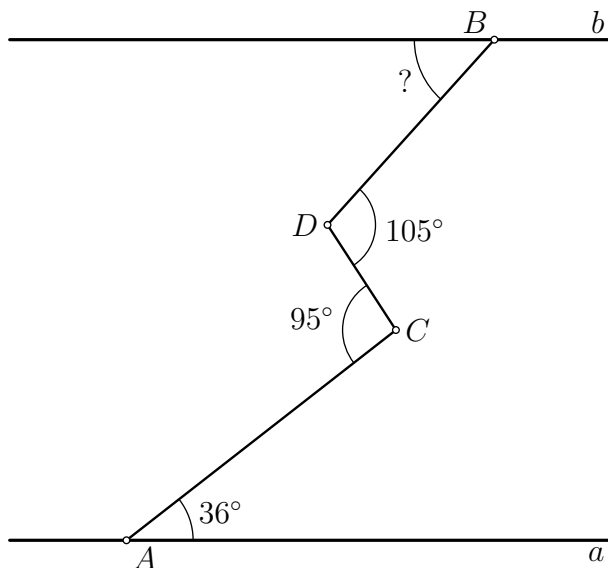
Спереди

(Одна вершина куба отмечена красным для того, чтобы было понятно, как ориентированы рисунки.)

Какое наибольшее число розовых кубиков могло быть в кубе $3 \times 3 \times 3$?

Ответ: 18.

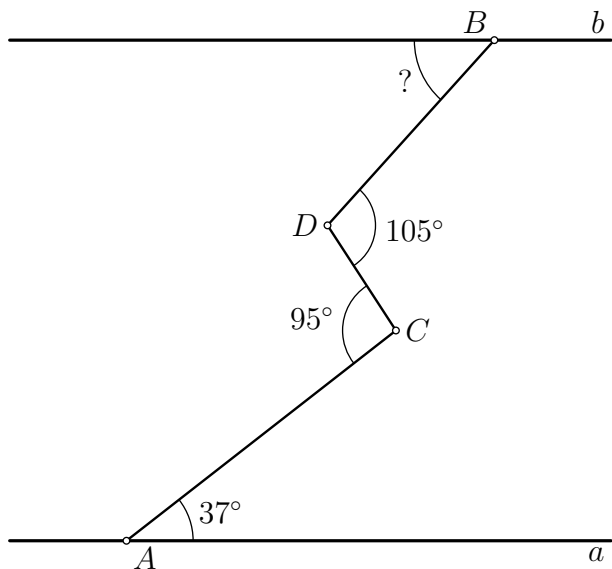
Задача 2.1. Сколько градусов составляет угол при вершине B , отмеченный на рисунке, если известно, что прямые a и b параллельны?



Ответ: 46.

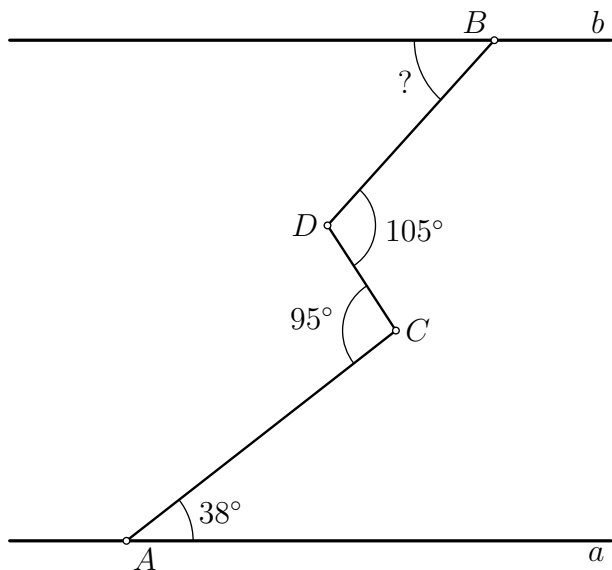
Решение. Продолжим AC до пересечения с прямой b и назовём точку пересечения E . Воспользовавшись равенством накрест лежащих углов, получаем, что в четырехугольнике $CDBE$ выполнено: $\angle DBE = 360^\circ - \angle CDB - \angle DCE - \angle CEB = 360^\circ - 105^\circ - (180^\circ - 95^\circ) - 36^\circ = 134^\circ$. Тогда $\angle ? = 180^\circ - \angle DBE = 46^\circ$. $\square$

Задача 2.2. Сколько градусов составляет угол при вершине B , отмеченный на рисунке, если известно, что прямые a и b параллельны?



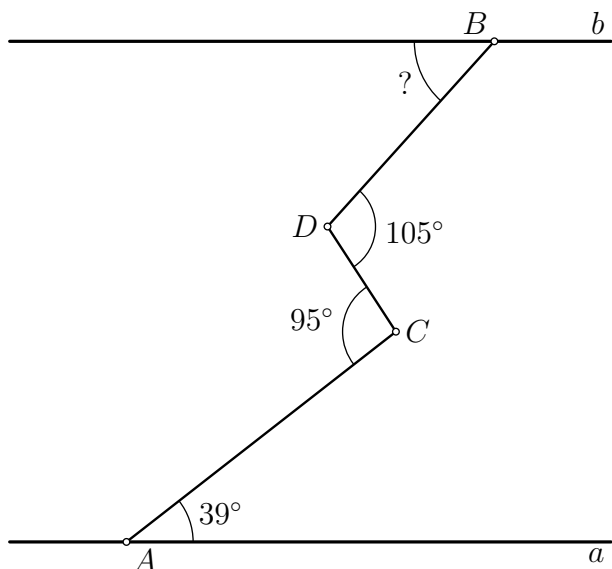
Ответ: 47.

Задача 2.3. Сколько градусов составляет угол при вершине B , отмеченный на рисунке, если известно, что прямые a и b параллельны?



Ответ: 48.

Задача 2.4. Сколько градусов составляет угол при вершине B , отмеченный на рисунке, если известно, что прямые a и b параллельны?



Ответ: 49.

Задача 3.1. Какое наибольшее число различных делителей числа 2310 можно выписать на листок так, чтобы никакие два выписанных числа не были взаимно простыми?

Ответ: 16.

Решение. Разложим наше число на простые множители: $2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$. Так как каждый простой множитель может либо входить, либо не входить в делитель, то всего у данного числа $2^5 = 32$ делителей. Разобьём все делители числа 2310 на пары таким образом, что числа в паре дают в произведении 2310. Заметим, что из каждой такой пары можно выписать не более одного числа (так как числа в паре взаимно просты). Таким образом, на листок можно выписать не более $32/2 = 16$ чисел. При этом оценка 16 достижима: достаточно взять например 16 чётных делителей. $\square$

Задача 3.2. Какое наибольшее число различных делителей числа 2730 можно выписать на листок так, чтобы никакие два выписанных числа не были взаимно простыми?

Ответ: 16.

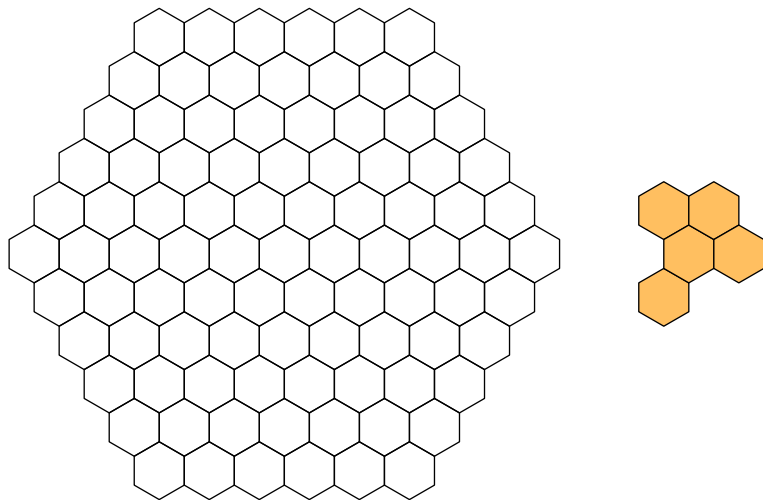
Задача 3.3. Какое наибольшее число различных делителей числа 3570 можно выписать на листок так, чтобы никакие два выписанных числа не были взаимно простыми?

Ответ: 16.

Задача 3.4. Какое наибольшее число различных делителей числа 3990 можно выписать на листок так, чтобы никакие два выписанных числа не были взаимно простыми?

Ответ: 16.

Задача 4.1. Сколькими способами из шестиугольной сетки, изображённой на рисунке, можно вырезать одну фигурку из пяти закрашенных шестиугольников? Вырезать фигурку нужно по линиям сетки, фигурку можно поворачивать и переворачивать.

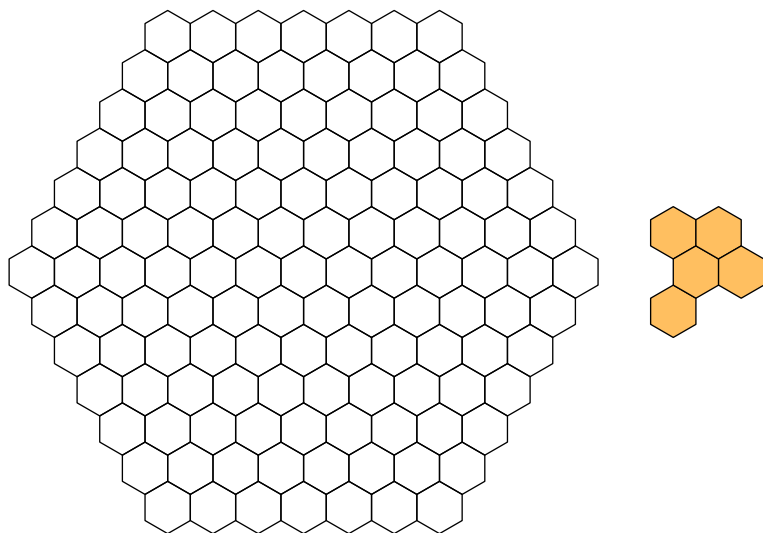


Ответ: 366.

Решение. Вырезать фигурку будем следующим образом. Посмотрим на центральный шестиугольник в фигурке. Он может быть на сетке любым шестиугольником не на стороне сетки. Всего таких шестиугольников в сетке $(5 + 6 + 7 + 8) \cdot 2 + 9 = 61$. После выбора расположения центрального шестиугольника остается выбрать расположение остальных. Способов расположить остальные шестиугольники вокруг центрального 6 (все возможные повороты фигурки). И

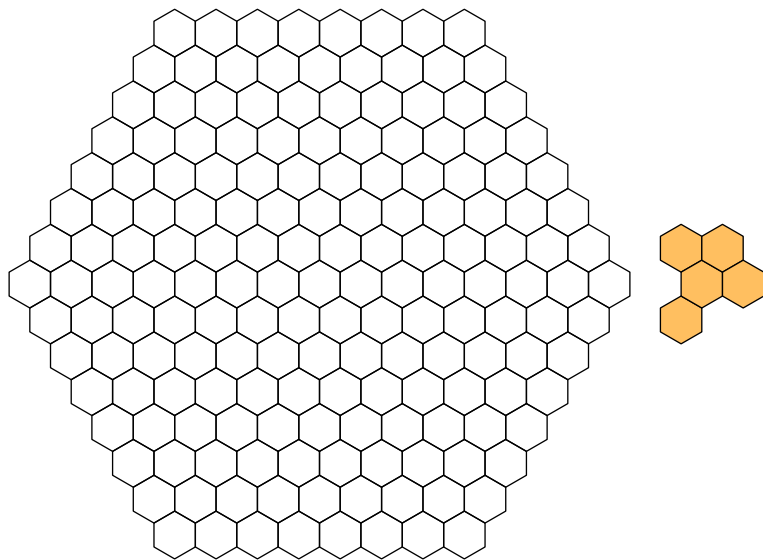
для каждого расположения центрального возможны все 6 вариантов расположения остальных. Таким образом, всего способов вырезать фигурку из сетки $61 \cdot 6 = 366$. $\square$

Задача 4.2. Сколькими способами из шестиугольной сетки, изображённой на рисунке, можно вырезать одну фигурку из пяти закрашенных шестиугольников? Вырезать фигурку нужно по линиям сетки, фигурку можно поворачивать и переворачивать.



Ответ: 546.

Задача 4.3. Сколькими способами из шестиугольной сетки, изображённой на рисунке, можно вырезать одну фигурку из пяти закрашенных шестиугольников? Вырезать фигурку нужно по линиям сетки, фигурку можно поворачивать и переворачивать.



Ответ: 762.

Задача 5.1. На прямой дороге расположены пункты A и B , расстояние между которыми 90 метров. Из них одновременно выходят два человека и идут в противоположные стороны, удаляясь друг от друга, с постоянными скоростями 1 м/с и 2 м/с соответственно. Курьеру нужно передать документы обоим людям. Курьер перемещается со скоростью 3 м/с, начинает движение одновременно с ними из некоторой точки между пунктами A и B . Какого наименьшего числа секунд ему гарантированно (то есть вне зависимости от точки старта курьера) хватит для того, чтобы последовательно догнать обоих и вручить им документы? Самому курьеру известно его точное местоположение и скорости всех троих, передача документов происходит мгновенно.

Ответ: 170.

Решение. Пусть курьер находится в точке C между A и B . Обозначим AC за s . Тогда $BC = 90 - s$. Рассмотрим два разумных варианта движения курьера:

1) Курьер сначала догоняет человека, вышедшего из A (назовём этого человека первым, а второго — вторым), а затем догоняет второго.

В этом случае курьер догоняет первого через $\frac{s}{3-1}$ секунд. За это время первый человек пройдет расстояние, равное $\frac{s}{2} \cdot 1$ метров, а второй пройдет $\frac{s}{2} \cdot 2 = s$ метров. Значит, в момент встречи с первым человеком, от курьера до второго человека $\frac{s}{2} + 90 + s$ метров. Значит, курьер догонит второго через $\frac{\frac{s}{2} + 90 + s}{3-2}$ секунд после того, как он догнал первого. Всего $\frac{s}{2} + \frac{s}{2} + 90 + s = 90 + 2s$ секунд.

2) Курьер сначала догоняет второго человека, а затем догоняет первого.

В этом случае курьер догоняет второго через $\frac{90-s}{3-2}$ секунд. За это время второй человек пройдет расстояние, равное $(90-s) \cdot 2$ метров, а первый пройдет $(90-s) \cdot 1$

метров. Значит, в момент встречи со вторым человеком от курьера до первого человека $(90 - s) \cdot 2 + 90 + (90 - s)$ метров. Значит, курьер догонит первого через $\frac{360-3s}{3-1}$ секунд после того, как он догнал второго. Всего $(90 - s) + (180 - \frac{3s}{2}) = 270 - \frac{5s}{2}$ секунд. Курьер выбирает из этих двух вариантов тот, который быстрее. Больше всего времени ему нужно будет потратить в случае, если оба варианта совпадают (так как при увеличении s первый вариант становится все дольше, а второй все быстрее).

$270 - \frac{5s}{2} = 90 + 2s \iff s = 40$. При таком s время, потраченное курьером, равно $90 + 80 = 170$ секунд. $\square$

Задача 5.2. На прямой дороге расположены пункты A и B , расстояние между которыми 180 метров. Из них одновременно выходят два человека и идут в противоположные стороны, удаляясь друг от друга, с постоянными скоростями 1 м/с и 2 м/с соответственно. Курьеру нужно передать документы обоим людям. Курьер перемещается со скоростью 3 м/с, начинает движение одновременно с ними из некоторой точки между пунктами A и B . Какого наименьшего числа секунд ему гарантированно (то есть вне зависимости от точки старта курьера) хватит для того, чтобы последовательно догнать обоих и вручить им документы? Самому курьеру известно его точное местоположение и скорости всех троих, передача документов происходит мгновенно.

Ответ: 340.

Задача 5.3. На прямой дороге расположены пункты A и B , расстояние между которыми 270 метров. Из них одновременно выходят два человека и идут в противоположные стороны, удаляясь друг от друга, с постоянными скоростями 1 м/с и 2 м/с соответственно. Курьеру нужно передать документы обоим людям. Курьер перемещается со скоростью 3 м/с, начинает движение одновременно с ними из некоторой точки между пунктами A и B . Какого наименьшего числа секунд ему гарантированно (то есть вне зависимости от точки старта курьера) хватит для того, чтобы последовательно догнать обоих и вручить им документы? Самому курьеру известно его точное местоположение и скорости всех троих, передача документов происходит мгновенно.

Ответ: 510.

Задача 5.4. На прямой дороге расположены пункты A и B , расстояние между которыми 360 метров. Из них одновременно выходят два человека и идут в противоположные стороны, удаляясь друг от друга, с постоянными скоростями 1 м/с и 2 м/с соответственно. Курьеру нужно передать документы обоим людям. Курьер перемещается со скоростью 3 м/с, начинает движение одновременно с ними из некоторой точки между пунктами A и B . Какого наименьшего числа секунд ему гарантированно (то есть вне зависимости от точки старта курьера) хватит для того, чтобы последовательно догнать обоих и вручить им

документы? Самому курьеру известно его точное местоположение и скорости всех троих, передача документов происходит мгновенно.

Ответ: 680.

Задача 6.1. Сколькими способами можно расставить на доске 5×5 пять не бьющих друг друга одинаковых ладей, если запрещено ставить ладей в отмеченные на рисунке клетки? (Две ладьи бьют друг друга, если находятся в одном столбце или в одной строке.)

				×
			×	
		×		
×				
	×			

Ответ: 44.

Решение. Введем пять множеств: k -е множество — это все такие расстановки ладей, что ладьи не бьют друг друга и ладья в строке номер k стоит ровно в отмеченной клетке. Каждое множество состоит из $4!$ элементов (одна ладья фиксирована), пересечение любых двух множеств (таких пересечений $\frac{5 \cdot 4}{2}$) состоит из $3!$ элементов (две ладьи фиксированы), любых трех (таких пересечений $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2}$) — из $2!$ элементов, любых четырех и всех пяти — из одного элемента. Тогда по формуле включений-исключений всего таких расстановок ладей, что хотя бы одна ладья стоит в отмеченной клетке, —

$$5 \cdot 4! - 10 \cdot 3! + 10 \cdot 2! - 5 \cdot 1 + 1 = 76.$$

Всего расстановок ладей $5! = 120$, значит, требуемых способов $120 - 76 = 44$. $\square$

Задача 6.2. Сколькими способами можно расставить на доске 5×5 пять не бьющих друг друга одинаковых ладей, если запрещено ставить ладей в отмеченные на рисунке клетки? (Две ладьи бьют друг друга, если находятся в одном столбце или в одной строке.)

				X
			X	
X				
	X			
		X		

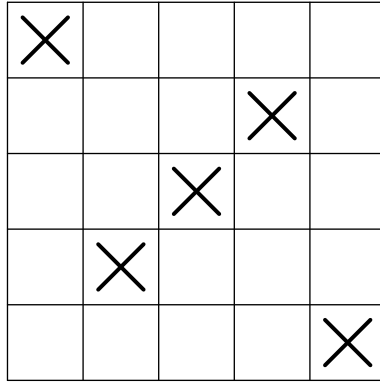
Ответ: 44.

Задача 6.3. Сколькими способами можно расставить на доске 5×5 пять не бьющих друг друга одинаковых ладей, если запрещено ставить ладей в отмеченные на рисунке клетки? (Две ладьи бьют друг друга, если находятся в одном столбце или в одной строке.)

				X
X				
		X		
	X			
			X	

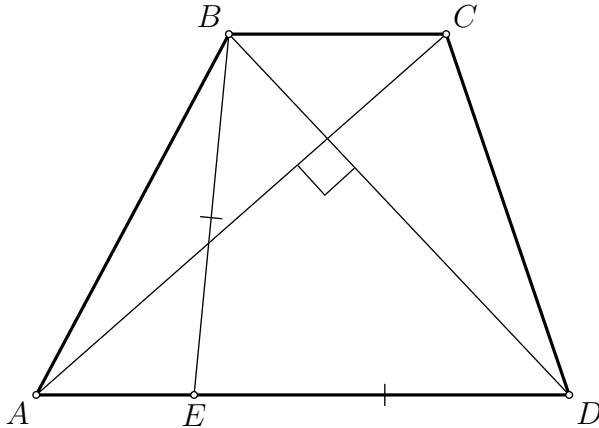
Ответ: 44.

Задача 6.4. Сколькими способами можно расставить на доске 5×5 пять не бьющих друг друга одинаковых ладей, если запрещено ставить ладей в отмеченные на рисунке клетки? (Две ладьи бьют друг друга, если находятся в одном столбце или в одной строке.)



Ответ: 44.

Задача 7.1. На рисунке изображена трапеция с основаниями AD и BC и с перпендикулярными диагоналями. Найдите длину отрезка AE , если известно, что $AD = 23$, $BC = 10$.

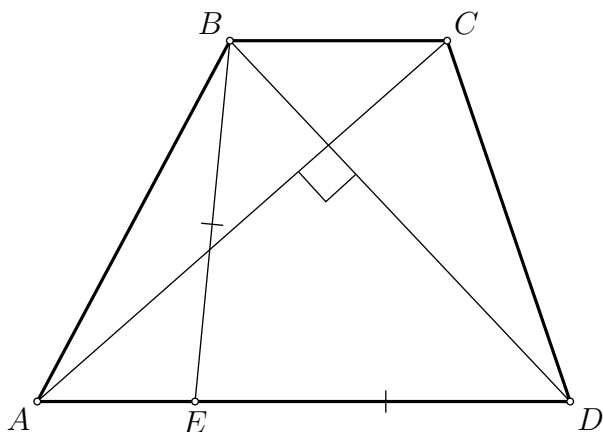


Ответ: 6.5.

Решение. Обозначим за F точку пересечения AC и BE .

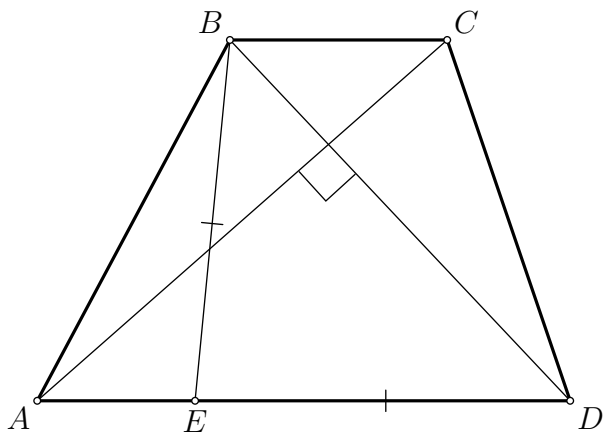
Заметим, что $\angle EBD = \angle BDE$, так как $BE = ED$. Кроме того, $\angle BDE = \angle DBC$, так как BC параллельно AD . Следовательно, BD — биссектриса угла EBC . В треугольнике FBC биссектриса угла B совпадает с высотой, поэтому, $FB = BC$. Также верно, что $\angle AFE = \angle BFC = \angle BCF = \angle CAD$, где последние два равенства верны в силу равнобедренности треугольника FBC и параллельности BC и AD . Значит, треугольник AEF равнобедренный, и $AE = FE$. Тогда $AD = AE + ED = AE + EB = AE + EF + FB = 2AE + BC$, откуда $AE = \frac{AD-BC}{2} = 6.5$. $\square$

Задача 7.2. На рисунке изображена трапеция с основаниями AD и BC и с перпендикулярными диагоналями. Найдите длину отрезка AE , если известно, что $AD = 25$, $BC = 10$.



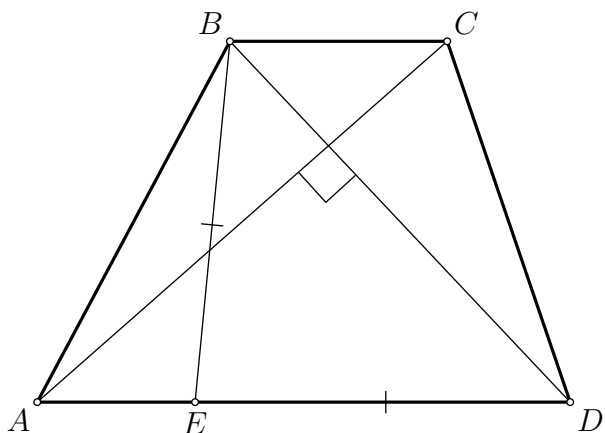
Ответ: 7.5.

Задача 7.3. На рисунке изображена трапеция с основаниями AD и BC и с перпендикулярными диагоналями. Найдите длину отрезка AE , если известно, что $AD = 27$, $BC = 10$.



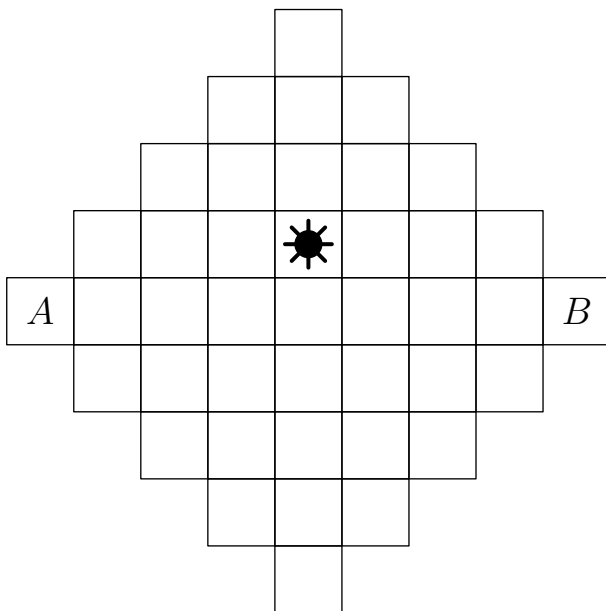
Ответ: 8.5.

Задача 7.4. На рисунке изображена трапеция с основаниями AD и BC и с перпендикулярными диагоналями. Найдите длину отрезка AE , если известно, что $AD = 29$, $BC = 10$.



Ответ: 9.5.

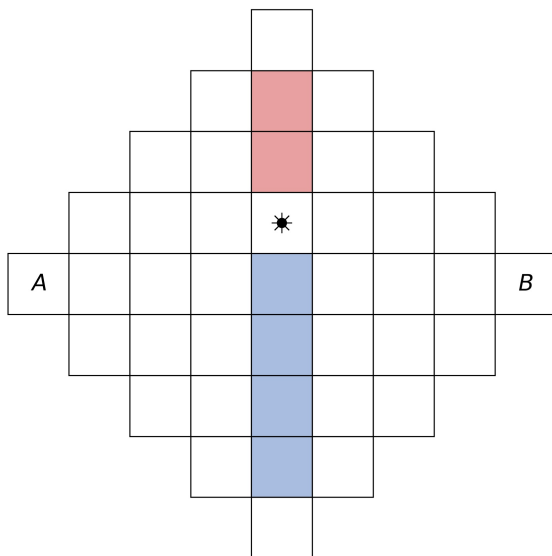
Задача 8.1. На рисунке в клетке, отмеченной буквой *A*, сидит паучок. За один ход он может переползти в соседнюю по стороне клетку справа, сверху или снизу (а переползти влево он не может). Сколькими различными способами он может доползти до клетки, отмеченной буквой *B*, если ему запрещено посещать клетку дважды и нельзя заползать в клетку с миной?



Ответ: 4500.

Решение. Заметим, что шагов вправо, независимо от пути паучка, было сделано ровно 8 — по одному для каждой двух соседних колонок клеток. Зная, где именно были сделаны все шаги вправо, можно однозначно определить путь паучка. Поэтому число способов паучка доползти до B — это число способов выбрать между каждыми двумя соседними колонками клеток сторону, по которой был сделан ход вправо.

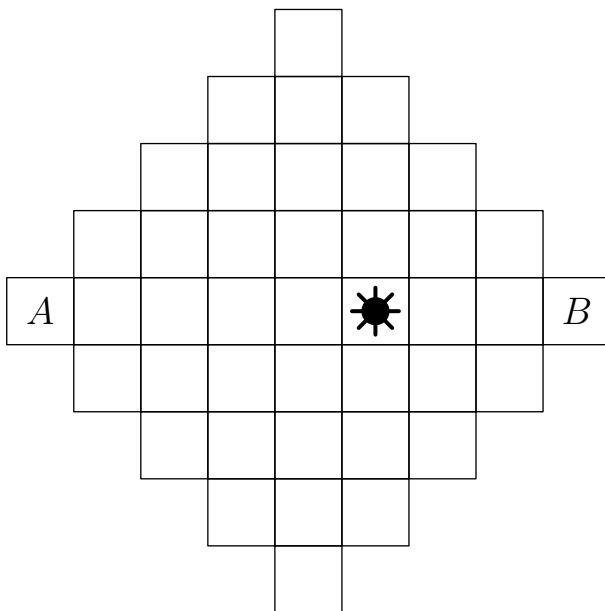
Из клетки A вправо — это единственный ход; следующий ход вправо можно сделать тремя способами; следующий — пятью.



Далее маршрут должен пройти либо «над миной», либо «под миной». В первом случае мы должны войти в центральный столбец и выйти из него через красные клетки, а во втором — через синие. Получаем $2^2 + 4^2$ способов. Последующие ходы вправо делаются пятью, тремя и одним способами.

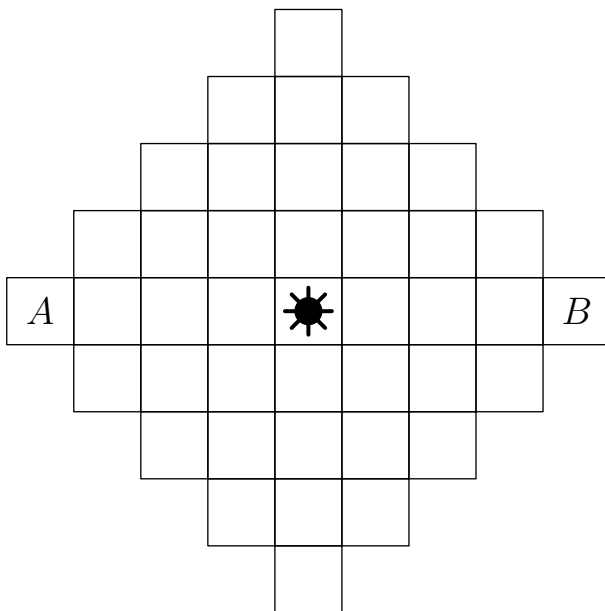
Итого получаем: $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (4 + 16) \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1 = 4500$. □

Задача 8.2. На рисунке в клетке, отмеченной буквой A , сидит паучок. За один ход он может переползти в соседнюю по стороне клетку справа, сверху или снизу (а переползти влево он не может). Сколькими различными способами он может доползти до клетки, отмеченной буквой B , если ему запрещено посещать клетку дважды и нельзя заползать в клетку с миной?



Ответ: 3780.

Задача 8.3. На рисунке в клетке, отмеченной буквой *A*, сидит паучок. За один ход он может переползти в соседнюю по стороне клетку справа, сверху или снизу (а переползти влево он не может). Сколькими различными способами он может доползти до клетки, отмеченной буквой *B*, если ему запрещено посещать клетку дважды и нельзя заползать в клетку с миной?



Ответ: 4050.

Задача 9.1. Петя для каждого $n \in \{1001, 1002, 1003, \dots, 1099, 1100\}$ вычислил значение суммы

$$S_n = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{4 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+2)}.$$

и представил его в виде несократимой дроби. Получилось 100 дробей. У какого количества получившихся дробей знаменатель меньше 1 000 000?

Ответ: 25.

Решение. Пользуясь тем, что

$$\frac{1}{k(k+2)} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2} \right),$$

преобразуем сумму:

$$S_n = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{(n+1)} - \frac{1}{(n+2)} \right) = \frac{n(3n+5)}{4(n+1)(n+2)}.$$

Чтобы выполнить условие, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось неравенство

$$\text{НОД}(n(3n+5), 4(n+1)(n+2)) \geq 5.$$

Разберем два случая.

- Пусть n чётно. Тогда $(n + 1)$ взаимно просто с числителем, а $(3n + 5)$ взаимно просто со знаменателем (проверяется по алгоритму Евклида). Также $\text{НОД}(n, n + 2) = 2$ и $\text{НОД}(n, 4)$ равен либо 2, либо 4. Из этого следует, что $\text{НОД}(n(3n + 5), 4(n + 1)(n + 2)) \geq 5$ тогда и только тогда когда n делится на 8.
- Пусть n нечётно. Тогда $(n + 2)$ взаимно просто с числителем, а n взаимно просто со знаменателем (проверяется по алгоритму Евклида). Также $\text{НОД}(3n + 5, n + 1) = 2$ и $\text{НОД}(3n + 5, 4)$ равен либо 2, либо 4. Из этого следует, что $\text{НОД}(n(3n + 5), 4(n + 1)(n + 2)) \geq 5$ тогда и только тогда когда $n - 1$ делится на 8.

Таким образом, условие выполнено, если $n \equiv 0 \pmod{8}$ или $n \equiv 1 \pmod{8}$, и не выполнено в ином случае. Таких n среди данных в условии ровно 25. $\square$

Задача 9.2. Петя для каждого $n \in \{1001, 1002, 1003, \dots, 1199, 1200\}$ вычислил значение суммы

$$S_n = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{4 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n + 2)}.$$

и представил его в виде несократимой дроби. Получилось 200 дробей. У какого количества получившихся дробей знаменатель меньше 1 000 000?

Ответ: 50.

Задача 9.3. Петя для каждого $n \in \{1001, 1002, 1003, \dots, 1299, 1300\}$ вычислил значение суммы

$$S_n = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{4 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n + 2)}.$$

и представил его в виде несократимой дроби. Получилось 300 дробей. У какого количества получившихся дробей знаменатель меньше 1 000 000?

Ответ: 75.

Задача 9.4. Петя для каждого $n \in \{1001, 1002, 1003, \dots, 1399, 1400\}$ вычислил значение суммы

$$S_n = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{4 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n + 2)}.$$

и представил его в виде несократимой дроби. Получилось 400 дробей. У какого количества получившихся дробей знаменатель меньше 1 000 000?

Ответ: 100.

Задача 10.1. Из чисел $1, 2, \dots, 1003$ выбирают несколько так, чтобы разность никаких двух выбранных чисел не равнялась ни 4, ни 7. Какое наибольшее количество чисел можно выбрать?

Ответ: 457.

Решение. Рассмотрим произвольные 11 чисел подряд: $a, a + 1, \dots, a + 10$. Заметим, что их можно записать по окружности так, чтобы каждое число было записано ровно 1 раз, и любые два соседних по кругу числа отличались либо на 4, либо на 7. Вот пример такой записи: $a, a + 4, a + 8, a + 1, a + 5, a + 9, a + 2, a + 6, a + 10, a + 3, a + 7, a$ (первая и последняя a совпадают). Из любых двух соседних по кругу чисел можно выбрать не более одного числа. Значит, из любых 11 подряд идущих чисел можно выбрать не более 5 чисел. Разобьём числа от 1 до 1001 на 91 группу из 11 подряд идущих, из каждой можно выбрать не более 5 чисел. Остаются еще числа 1002 и 1003. Мы получили оценку на $91 \cdot 5 + 2 = 457$. В качестве примера можно взять все числа, дающие по модулю 11 один из остатков 1, 2, 4, 7, 10. $\square$

Задача 10.2. Из чисел $1, 2, \dots, 1014$ выбирают несколько так, чтобы разность никаких двух выбранных чисел не равнялась ни 4, ни 7. Какое наибольшее количество чисел можно выбрать?

Ответ: 462.

Задача 10.3. Из чисел $1, 2, \dots, 1025$ выбирают несколько так, чтобы разность никаких двух выбранных чисел не равнялась ни 4, ни 7. Какое наибольшее количество чисел можно выбрать?

Ответ: 467.

Задача 10.4. Из чисел $1, 2, \dots, 1036$ выбирают несколько так, чтобы разность никаких двух выбранных чисел не равнялась ни 4, ни 7. Какое наибольшее количество чисел можно выбрать?

Ответ: 472.