

Теорема синусов

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

1. На стороне AB треугольника ABC отметили точку D . Оказалось, что $\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}$. Докажите, что треугольник тупоугольный.
 2. В треугольнике ABC проведена симедиана AS . Докажите, что $BS/CS = AB^2/AC^2$.
 3. Четырёхугольник $ABCD$ вписанный. Прямые AB и CD пересекаются в точке M , а прямые BC и AD — в точке N . Известно, что $BM = DN$. Докажите, что $CM = CN$. *Достаточно рассмотреть один случай расположения точек.*
 4. В треугольнике ABC провели две окружности, проходящие через вершину C и касающиеся прямой AB в точках A и B . Их радиусы равны R_1 и R_2 соответственно. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC .
 5. Окружности s_1 и s_2 пересекаются в точках A и B . На окружности s_1 выбрана точка Q , лежащая вне s_2 . Прямые QA и QB пересекают окружность s_2 в точках C и D , лежащих вне s_1 . Касательные к s_1 в точках A и B пересекаются в точке P . Докажите, что прямая QP проходит через середину отрезка CD .
-
6. Биссектриса угла ABC пересекает описанную окружность ω треугольника ABC в точках B и L . Точка M — середина отрезка AC . На дуге ABC окружности ω выбрана точка E так, что $EM \parallel BL$. Прямые AB и BC пересекают прямую EL в точках P и Q соответственно. Докажите, что $PE = QE$.
 7. Пусть $ABCD$ — описанный четырёхугольник, а M — середина хорды, высекаемой диагональю AC на вписанной окружности. Докажите, что $\angle BMA = \angle DMA$.