Анализ позиций

1. На столе лежит несколько кучек спичек. Играют двое, ходят по очереди. Первым ходом можно взять от 0 до 3 спичек из одной кучки, далее можно брать от 1 до 3 спичек из одной кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Докажите, что у первого есть выигрышная стратегия независимо от расположения спичек.

2. Петя и Вася играют в игру. Изначально на доске написано натуральное число n. За один ход игрок стирает текущее число на доске и записывает меньшее натуральное число, не являющееся делителем стёртого. Игроки ходят поочерёдно, начинает Петя. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто, из игроков, в зависимости от n, имеет выигрышную стратегию?

3. **(а)** Имеется шоколадка $m \times n$. За один ход можно съесть дольку, а также все дольки, которые находятся нестрого правее и нестрого ниже её. Проигрывает тот, кто съедает шоколадку до конца. Кто выигрывает при правильной игре?

(б) Имеется прямоугольник 10×20, в каждой клетке которого лежит фишка, одна сторона которой белая, а другая — чёрная. За один ход разрешается выбрать белую фишку и перевернуть её и все фишки, лежащие нестрого правее и нестрого ниже её. Проигрывает не имеющий хода. Какова вероятность, что первый игрок победит? (Другими словами, чему равна доля всех начальных положений, в которых выигрывает первый?)

4. Двое играют на треугольной доске (правильный треугольник со стороной n, разбитый на правильные треугольники со стороной 1). В одну из треугольных клеточек доски ставится фишка, затем игроки двигают её по очереди в соседнюю по стороне клетку, причём возвращать фишку в клетку, в которой она уже побывала, запрещено. Какова вероятность, что первый игрок победит? (Другими словами, чему равна доля всех начальных положений, в которых выигрывает первый?)

5. В двух кучках лежат a и b печений, где a, b — положительные целые числа. За ход игрок выбирает одну кучку, берёт из неё $2k$ печений, k съедает, а остальные k перекладывает в другую кучку. Здесь k — любое положительное целое число, для которого ход возможен. Игроки ходят по очереди; тот, кто не может сделать ход, проигрывает. Найдите все начальные пары (a, b), при которых второй игрок имеет выигрышную стратегию.

На другой стороне ещё задачи.

6. В ряд расположены $n \geqslant 5$ клеток, пронумерованных от 1 до n. Вначале фишка стоит в первой клетке. Двое по очереди передвигают её одним из трёх способов: на одну клетку вправо, на четыре клетки вправо или на две клетки **влево**. Выходить за границы ряда нельзя. Выигрывает тот, кто поставит фишку в клетку n. Для каких n выигрышная стратегия есть у первого игрока, а для каких — у второго?

7. Есть 17 куч из монет, в первой одна, во второй две, и т.д. Играют Петя и Вася, Петя начинает. Ход такой: человек, у которого монет больше (если поровну, то ходивший в прошлый раз) выбирает еще не выбранную кучу. Его соперник решает, кому она достанется из них двоих. Далее следующий ход. Выигрывает тот, у кого в конце больше монет. Кто?