Комбинаторный разнобой

0. Клетки доски $2n \times 2m$ раскрашены в шахматном порядке. Сколькими способами можно поставить mn фишек на белые клетки этой доски так, чтобы в одной клетке стояло не более одной фишки и никакие две фишки не стояли в соседних по диагонали клетках?

1. В стране 13 городов, между любыми двумя городами есть дорога. Диктатор хочет ввести на дорогах одностороннее движение, причём так, что если из города в A можно доехать в город B по дорогам, то из B вернуться в A уже нельзя. Сколькими способами он может этого добиться?

2. На съезде собрались 2025 кондитеров, каждый привёз мешок конфет своего сорта. В процессе общения кондитеры угощали друг друга конфетами. Известно, что для любой пары кондитеров если первый кондитер попробовал конфеты второго, то и второй попробовал конфеты первого. Когда все конфеты были съедены, оказалось, что среди любых четырёх кондитеров найдётся тот, кто попробовал конфеты троих оставшихся. В итоге всем, кто попробовал конфеты всех сортов, присуждалось звание Заслуженного Кондитера. Какое наименьшее количество званий могло быть присвоено?

3. Олег и Маша играют в следующую игру. Изначально на доске записаны числа $2, 4, 6, \ldots, 2026$. За один ход можно уменьшить на один любое из написанных чисел. При этом если получившееся число равно нулю или равно какому-то из остальных чисел на доске, то получившееся число тут же стирается. Проигрывает игрок, после хода которого на доске не останется чисел. Начинает Олег. Кто из игроков гарантированно может выиграть не зависимо от игры второго?

4. По кругу стоят 30 мальчиков и 30 девочек. Докажите, что можно выбрать 10 мальчиков и 10 девочек так, чтобы никакие двое из выбранных не стояли рядом.

5. В вершины правильного 100-угольника поставили 100 фишек, на которых написаны числа $1, 2, \ldots, 100$ в порядке возрастания по часовой стрелке. За ход разрешается поменять местами некоторые две фишки, стоящие в соседних вершинах, если номера этих фишек отличаются не более чем на k. При каком наименьшем k серией таких ходов можно добиться расположения, в котором каждая фишка сдвинута на одну позицию по часовой стрелке по отношению к своему начальному положению?

6. Рассмотрим двудольный граф с долями по 222 вершины, степень каждой вершины 3. Его рёбра раскрашены в k цветов, причем все цвета присутствуют. При каком наименьшем k можно гарантировать, что в этом графе найдётся совершенное паросочетание, все ребра в котором разного цвета?

7. В Тридевятом царстве 100 городов, и каждые два города соединены не более чем одной дорогой. Однажды царь приказал ввести на каждой дороге одностороннее движение, а заодно покрасить каждую дорогу в белый или черный цвет. Министр транспорта с гордостью сообщил, что после выполнения приказа из любого города в любой другой можно добраться по дорогам, чередуя их цвета, причем так, что первая дорога в пути будет белой. Какое наименьшее количество дорог могло быть в этой стране? Добираясь из города в город, можно проезжать через промежуточные города любое число раз.