

Неочевидный подсчёт

1. Сколькими способами из чисел $1, 2, \dots, 2n$ можно выбрать два или больше так, чтобы никакие два выбранных числа в сумме не давали $2n + 1$?
 2. Каждая сторона в треугольнике ABC разделена на 8 равных отрезков. Сколько существует различных треугольников с вершинами в точках деления (точки A, B, C не могут быть вершинами треугольников), у которых ни одна сторона не параллельна ни одной из сторон треугольника ABC ?
 3. Дан клетчатый квадрат 101×101 . Внутри него выбирается квадрат 100×100 . Внутри этого квадрата выбирается квадрат 99×99 , и так далее, пока не будет выбран квадрат 1×1 . Оказалось, что выбранный квадрат 1×1 совпадает с центральной клеткой исходного квадрата 101×101 . Сколько существует таких последовательностей квадратов?
 4. В колоде 20 карт. Среди них 10 красных и 10 синих. Карты каждого цвета помечены числами $1, 2, \dots, 10$. Карта, помеченная числом k стоит 2^k очков. Сколько способов выбрать несколько карт суммарной стоимостью 2026 очков?
 5. К Ивану на день рождения пришли $3N$ гостей. У Ивана есть $3N$ цилиндров с написанными сверху буквами А, Б и В, по N штук каждого типа. Иван хочет устроить бал: надеть на гостей цилиндры и выстроить их в хороводы (один или больше) так, чтобы длина каждого хоровода делилась на 3, и при взгляде на любой хоровод сверху читалось бы по часовой стрелке АБВАБВ...АБВ. Сколько у него способов? (Цилиндры с одинаковыми буквами неразличимы; все гости различны.)
-
6. Правильный треугольник T со стороной 111 разбит на правильные треугольники со стороной 1. Все вершины этих треугольников, кроме находящейся в центре T , отмечены. Назовём множество отмеченных точек линейным, если все его точки лежат на одной прямой, параллельной стороне треугольника T . Сколько существует способов разбить все отмеченные точки на 111 линейных множеств?
 7. В ряд стоят 9 корзин с яблоками, в корзине с номером k лежит $2k$ яблок, $k = 1, 2, \dots, 9$. Потом корзины в ряду случайным образом переставили. Оказалось, что суммарное количество яблок из k первых слева корзин в ряду можно поровну поделить между k людьми для всех k , $k = 1, 2, \dots, 9$. Сколько существует таких перестановок?