Да или нет? Каков твой ответ?

1. Существует ли набор из 1000 натуральных чисел, такой что НОДы всевозможных наборов этих чисел — по два, по три и так далее — различны?

2. Верно ли, что для любого натурального числа $n > 1$ найдутся натуральные числа a, b, c, d, такие что $a + b = c + d = ab - cd = 4n$?

3. Существуют ли натуральные числа $x, y, z > 20262026$, такие что

$$(x^2 + 1)(y^2 + 1) = z^2 + 1?$$

4. Некоторое натуральное число разделили с остатком на числа $1, 2, 3, \ldots, 1000$. Могло ли так случиться, что среди остатков каждое из чисел $0, 1, 2, \ldots, 99$ встретится ровно по 10 раз?

5. Существуют ли такие натуральные числа $a, b, c > 10^5$, что $a^2 - 1$ делится на b, $b^2 - 1$ делится на c, а $c^2 - 1$ делится на a?

6. Десять последовательных натуральных чисел раскрасили в красный и синий цвета, причём оба цвета присутствуют. Может ли сумма НОК всех красных чисел и НОК всех синих чисел оканчиваться на 2016?

7. Существует ли такое натуральное число n, что неполные частные от деления n на все натуральные числа от 10 до 1000 включительно являются различными нечётными простыми числами, а остатки — составными числами (не обязательно различными)?

8. Верно ли, что для любых натуральных чисел a, b существует бесконечно много натуральных n, таких что $a^n + 1$ не делится на $n^b + 1$?

9. Верно ли, что для любого натурального числа $n \geqslant 5$ среди натуральных чисел, меньших $n!$, найдутся n последовательных составных чисел?