Две пчелы или не две пчелы?

1. Назовём натуральное число *почти квадратом*, если оно является квадратом или произведением квадрата на простое число. Могут ли восемь почти квадратов идти подряд?

2. Существует ли набор из 1000 натуральных чисел таких, что НОДы всевозможных наборов этих чисел (по одному, по два, по три и т. д.) различны?

3. Существует ли такое натуральное n, что среди чисел, больших 1 и меньших n^2, найдутся n попарно взаимно простых составных чисел?

4. Верно ли, что для любого натурального числа $n > 1$ найдутся такие натуральные числа a, b, c, d, что $a + b = c + d = ab - cd = 4n$?

5. Найдите какие-нибудь 777 последовательных натуральных чисел, каждое из которых можно изменить (увеличить или уменьшить) на 1 таким образом, чтобы произведение 777 полученных в результате чисел равнялось произведению 777 исходных чисел.

6. Существуют ли такие натуральные числа $x, y, z > 20262026$, что

$$(x^2 + 1)(y^2 + 1) = z^2 + 1?$$

7. Некоторое натуральное число разделили с остатком на числа $1, 2, 3, \ldots, 1000$. Могло ли так случиться, что среди остатков каждое из чисел $0, 1, 2, \ldots, 99$ встретится ровно по 10 раз?

8. Существует ли такое натуральное n, для которого число

$$12345678\underbrace{9\ldots\ldots9}_{n \text{ девяток}}87654321$$

делится на 2027?

9. Десять последовательных натуральных чисел раскрасили в красный и синий цвета, причём оба цвета присутствуют. Может ли сумма НОК всех красных чисел и НОК всех синих чисел оканчиваться на 2016?