Клеточные раскраски

1. Используя фигурки только одного типа тетрамино удалось замостить квадрат 10×10. Что это за тип?

2. Из шахматной доски вырезали по линиям сетки квадрат 2×2, а остаток разрезали на прямоугольники 1×3. Определите все возможные положения вырезанного квадрата.

3. Из шахматной доски удалили клетки D6 и D7. Можно ли покрыть оставшиеся клетки квадратами 2×2 и четырехклеточными зигзагами в несколько слоев?

4. Клетку квадрата 11×11 назовём хорошей, если после её удаления оставшуюся часть можно разрезать на прямоугольники 1×4. Сколько существует хороших клеток?

5. Петя и Вася играют в игру, делая ходы по очереди. Петя своим ходом закрашивает чёрным цветом два соседних шестиугольника на бесконечной решётке в виде сот, а Вася стирает один любой из закрашенных шестиугольников. Какое наибольшее количество чёрных шестиугольников подряд Петя может гарантированно получить?

6. На некоторых клетках шахматной доски стоит по фишке. Ходом фишки называется перестановка ее через фишку, стоящую на соседней (по горизонтали, вертикали или диагонали) клетке, непосредственно за которой на той же линии имеется свободная клетка. Какое наибольшее количество фишек может насчитывать такое их расположение на доске, в котором любая фишка сможет сделать первый ход?

7. Куб со стороной 200 сложен из 200^3 единичных кубиков, покрашенных в шахматной раскраске. Разрешается выбрать любой прямоугольный параллелепипед с длинами сторон 2, 2, 3 и перекрасить каждую его клетку в противоположный цвет. Можно ли с помощью нескольких таких операций сделать все кубики одноцветными?

8. Прямоугольник разбит на конечное число прямоугольников со сторонами, параллельными его сторонам. У каждого прямоугольника разбиения хотя бы одна сторона имеет целую длину. Докажите, что у большого прямоугольника тоже хотя бы одна сторона имеет целую длину.

9. Определим «крючок» как фигуру на картинке, а также все, что можно получить из нее поворотами и переворотами. Определите все прямоугольники $m \times n$, которые можно разрезать на такие крючки.

