

Инварианты

1. Над девятизначным числом разрешается производить следующее действие: любую цифру числа можно заменить на последнюю цифру суммы цифр этого числа. Можно ли с помощью таких действий из числа 111555777 получить число 123456789?
2. Юра — начинающий коллекционер, у которого есть 1 фантик. Юра может обменять 1 фантик на 10 марок, или 1 марку на 32 фантика. Могло ли у Юры после нескольких обменов стать поровну марок и фантиков?
3. По кругу расположены 30 монет, чередуясь: три подряд орлом, три решкой, три орлом, три решкой и т.д. Если у монеты два соседа лежат поразному, ее можно перевернуть. Какое наибольшее число монет можно положить орлом с помощью таких операций?
4. На острове Серобуромалин обитают 13 серых, 15 бурых и 17 малиновых хамелеонов. Если встречаются два хамелеона разного цвета, то они одновременно меняют свой цвет на третий (серый и бурый становятся оба малиновыми и т. п.). Может ли случиться так, что через некоторое время все хамелеоны будут одного цвета?
5. В одной из вершин n -угольника лежит одна монета, в остальных ничего не лежит. За один ход можно убрать монету из одной из вершин и добавить 6 монет в соседнюю с ней вершину. Можно ли добиться того, чтобы во всех вершинах было поровну монет, если **(а)** $n = 2025$; **(б)** $n = 2026$?
6. На доске выписаны числа $1, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{n}$. Разрешается стереть любые два числа a и b и заменить их на число **(а)** $3ab$; **(б)** $ab + a + b$; Какое число останется после $n - 1$ такой операции?
7. В клетках таблицы 4×4 расставлены плюсы и минусы следующим образом:

+	−	+	+
+	+	+	+
+	+	+	+
+	+	+	+

За один ход разрешается изменить знаки во всех клетках, стоящих в одной строке, в одном столбце или в одном из 14 диагональных рядов. Можно ли таким образом через несколько ходов получить таблицу, во всех клетках которой стоят плюсы?