

Игры

1. У мудрого ламы было два ленивых ученика. Как-то лама решил проучить их и предложил сыграть в старинную игру. Они сели за круглый стол, на который было высыпано 2209 спичек. Ученику, который сел по левую руку от ламы, разрешается за один ход брать одну, три или пять спичек. Ученик, который сидит по правую руку от ламы, берёт за один ход две, четыре или шесть спичек. Лама, в силу своей мудрости, всегда берёт ровно одну спичку. Первый ход делает лама, затем ходы делаются по очереди по часовой стрелке. Тот, кто не может сделать ход, пропускает его. Выигрывает тот, кто возьмёт последнюю спичку. Кто из них троих может выиграть, как бы ни играли соперники?
2. На столе лежат 2027 карточек, на которых по разу написаны натуральные числа от 1 до 2027. Два игрока по очереди берут себе по одной карточке. Если после того, как все карточки будут разобраны, сумма чисел на карточках первого игрока будет делиться на 3, то выигрывает первый игрок, иначе — выигрывает второй. У кого из игроков есть выигрышная стратегия?
3. В каждую клетку таблицы 10×10 изначально записано число 0. Двое игроков делают ходы по очереди. За ход можно прибавить по 1 ко всем числам любой строки или любого столбца. Каждый делает по 10 ходов. После этого второй игрок платит первому столько рублей, сколько в этот момент в таблице чётных чисел. Найдите наибольшую сумму, которую сумеет заработать первый, как бы второй ни старался сэкономить.
4. Круг разделен на 200 равных секторов, в каждом лежит по банану. Панда и Вомбат играют в игру. Ходят по очереди, начинает Панда. За один ход Панда может съесть любые два банана, расположенные в противоположных секторах. Вомбат может съесть два банана, расположенных в соседних секторах. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из зверей выиграет при правильной игре?
5. На некоторой клетке шахматной доски стоит король. Два игрока по очереди передвигают его по доске. Запрещено возвращать короля на клетку, в которой он уже был. Проигрывает тот, кто не имеет хода. Кто может выиграть, как бы ни играл соперник?
6. На треугольной доске со стороной 2026 изначально закрашен центральный треугольник со стороной 1. Двое по очереди закрашивают единичные треугольники, причём можно красить только треугольник, имеющий общую сторону с только что закрашенным треугольником, и нельзя красить никакой треугольник повторно. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?

7. Есть доска 3×2027 . Играют двое, по очереди закрашивая клетки доски. Изначально закрашена центральная клетка доски. В свой ход можно закрасить все ещё не закрашенные клетки любой диагонали доски, причём это действие должно закрасить хотя бы одну клетку, которая до этого не была закрашена. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. У кого есть выигрышная стратегия?
8. Даны натуральные $n > k > 1$. Кирилл и Паша по очереди красят клетки квадрата $n \times n$ в чёрный цвет. Выигрывает тот, после хода которого в каждом квадрате $k \times k$ будет хотя бы одна чёрная клетка. Кто выигрывает при правильной игре?