Перечислительная комбинаторика.

Обозначение. Через $C_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}}$ обозначим количество способов выбрать $\mathbf{k}$ элементов из $\mathbf{n}$ элементного множества без учета порядка выбора.

Формульное выражение. $C_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}} = \frac{\mathbf{n!}}{\mathbf{(n-k)!\,k!}}$
Напомним, что по определению $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$, *а* $0! = 1$.

1. Восьмизначный пароль от сейфа состоит из трех 3 и пяти 5. За сколько попыток можно гарантированно открыть сейф?

2. Сколькими способами можно выбрать три различные цифры так, чтобы их сумма не делилась на 3?

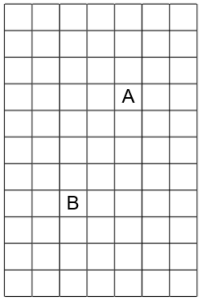
3. Сколькими способами можно выложить в ряд пять красных, пять синих и пять зелёных шаров так, чтобы никакие два синих шара не лежали рядом?

4. Занятия кружка проходят в двух аудиториях (маленькой и большой). На кружок пришло 20 учеников. Сколько существует способов у преподавателя распределить учеников по аудиториям
(а) произвольным способом?
(б) так, чтобы в маленькой аудитории было не более половины учеников?
(в) так, чтобы в каждой аудитории было четное количество учеников?

5. Болельщики должны выбрать 6 лучших хоккеистов чемпионата: одного вратаря, двух защитников и трех нападающих. Среди претендентов: 2 вратаря, 5 защитников, 6 нападающих и 3 «универсала». «Универсал» может быть выбран как в качестве защитника, так и в качестве нападающего (но не вратаря). Сколько существует способов выбрать эту шестёрку?

6. Из шести пар братьев нужно составить три команды по 4 человека так, чтобы ни в одной команде не было никаких двух братьев. Сколькими различными способами это можно сделать?

7. В левом нижнем углу доски 7×11 стоит хромая ладья, который за один шаг может сдвинуться или на одну клетку вправо, или на одну клетку вверх. Сколько существует способов переместить ладью в правый верхний угол, если
(а) ладья может перемещаться по всем клеткам?
(б) ладья не может проходить через клетку A?
(в) ладья не может проходить через клетки A и B?



8. Пусть $n > 3$ — натуральное число. Сколько существует способ выбрать два не пересекающихся прямоугольника внутри квадрата $n \times n$, идущих по линиям сетки? Прямоугольники пересекаются, если у них есть хотя бы одна общая внутренняя клетка или общая точка на границе.