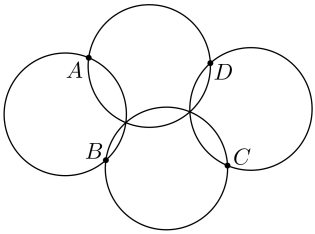
Геометрический разнобой

1. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C вписанная окружность касается катета BC в точке K. Докажите, что хорда вписанной окружности, высекаемая прямой AK в два раза больше, чем расстояние от вершины C до этой прямой.

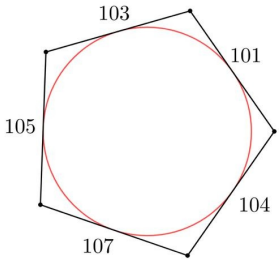
2. Четыре равных окружности расположены, как показано на рисунке. Докажите, что $ABCD$ — параллелограмм.

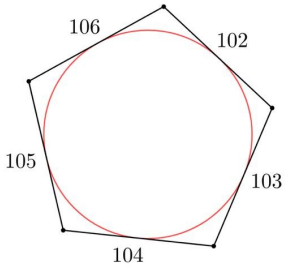


3. Внутри выпуклого четырехугольника $A_1A_2B_2B_1$ нашлась такая точка C, что треугольники CA_1A_2 и CB_1B_2 правильные. Точки C_1 и C_2 симметричны точке C относительно прямых A_2B_2 и A_1B_1 соответственно. Докажите, что треугольники $A_1B_1C_1$ и $A_2B_2C_2$ подобны.

4. Площадь правильного многоугольника $A_1A_2\ldots A_{4n}$ равна S. Чему равна площадь четырёхугольника $A_1A_nA_{n+1}A_{n+2}$?

5. Даны два описанных пятиугольника (см. рисунок). Докажите, что радиусы вписанных окружностей равны.





6. Внутри трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC отмечены точки M и N так, что $AM = CN$ и $BM = DN$, а четырёхугольники $AMND$ и $BMNC$ вписанные. Докажите, что прямая MN параллельна основаниям трапеции.

7. Из вершины A неравнобедренного треугольника ABC опущены перпендикуляры на прямые, содержащие медианы из вершин B и C. Они пересекают медианы в четырёх точках. Оказалось, что окружность, проходящая эти точки, касается стороны BC. Найдите угол BAC.

8. Прямая, проходящая через ортоцентр треугольника ABC, пересекает его стороны AB и AC в точках D и E соответственно. Сторона BC, перпендикуляр к AB в точке D и перпендикуляр к AC в точке E образуют треугольник T. Докажите, что описанные окружности треугольников T и ABC касаются.